سوالات موضوعی نهایی

"هندسه ۳"

(۱۴ دوره سوال نهایی هندسه ۳)

پایه دوازدهم رشته ریاضی و فیزیک

(با پاسخ تشریحی)

آخرین آپدیت : دی ۱۴۰۱

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور – میکائیل صدقی

www.math-pilevar.ir

فصل اول : ماتریس و کاربردها

درس اول : ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱	الف) اگر $A=\begin{bmatrix} m & ۰ \\ m-۲ & n \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد ، مقادیر m و n را بیابید. ب) اگر $b_{ij}=\begin{cases} i+۱ & i=j \\ j-۲ & i<j \\ ۱ & i>j \end{cases}$ و $B=[b_{ij}]_{۳\times ۳}$ ، ماتریس B را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. پ) ماتریس $(B^۲+۲I)$ را محاسبه کنید . (I ماتریس همانی مرتبه سه است)	۲/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲	الف : اگر دو ماتریس $A=\begin{bmatrix} ۲x-۱ & ۳ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} ۵ & ۳ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix}$ مساوی باشند ، آنگاه مقدار x برابر با..... است. ب: اگر $A=\begin{bmatrix} ۲ & m+۱ \\ ۲n+۴ & ۵ \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد ، با محاسبه m و n ماتریس $A+I$ رابیابید . (I ماتریس همانی مرتبه دو است) .	۲	شهریور ۱۴۰۱
۳	اگر دو ماتریس مربعی B و A به صورت $A=[۳i-۲j]_{۳\times ۳}$ و $B=\begin{bmatrix} ۰ & ۲ & ۱ \\ ۳ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ باشند ، الف : ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب : ماتریس $B^۲$ را محاسبه کنید.	۱	شهریور ۱۴۰۱
۴	اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند ، ثابت کنید : $(A-B)^۲=A^۲-۲AB+B^۲$	۱	شهریور ۱۴۰۱
۵	عبارت‌های زیر را کامل کنید. الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-۱ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $m+۱$ برابر با ..... است .	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صادقی)

۶	اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به‌دست آورید که $A\times B$ ماتریس قطری باشد .	۱	خرداد ۱۴۰۱
۷	ماتریس A مربعی مرتبه سه به صورت $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که $a_{ij}=\begin{cases}i+j & i=j\\ j & i>j\\ ۰ & i<j\end{cases}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۰\\ -۱ & ۳ & ۲\\ ۲ & ۰ & ۵\end{bmatrix}$ باشد . الف) ماتریس A را به‌صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) دترمینان ماتریس B را محاسبه کنید.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۸	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی ، شامل تعداد سطر و ستون ..... نامیده می شود.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۹	اگر $A=\begin{bmatrix}۲x & ۵\\ z & ۱\end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}۳ & ۲x+y\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}$ و $A=B$ در این صورت حاصل $x+۲y+۳z$ را بدست آورید.	۱/۲۵	دی ۱۴۰۰
۱۰	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. ماتریس مربعی که همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس .....می گویند.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر A و B دو ماتریس ۳×۳ دلخواه باشند آنگاه عبارت $(A+B)^۲=A^۲+۲AB+B^۲$ همواره برقرار است.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۲	اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ باشد ، مقادیر b و a را طوری به دست آورید که حاصلضرب $A\times B$ ماتریس قطری باشد.	۱/۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۳	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد ، و $rA=rB$ آنگاه داریم $A=B$	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۱۴	دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & m-۲ & ۰\\ ۰ & ۳ & ۰\\ n+۱ & ۰ & ۳\end{bmatrix}$ و اگر $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۱\\ m & ۰ & n\\ ۳ & -۱ & ۲\end{bmatrix}$ مفروض اند ، اگر A یک ماتریس قطری باشد ، حاصل AB را محاسبه کنید.	۱	خرداد ۱۴۰۰
۱۵	حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی	۰/۲۵	دی ۹۹

۱۶	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف)اگر برای ماتریس های متمایز C, B, A داشته باشیم $AB = AC$ ،آنگاه لزوما $B = C$ است.	۰/۲۵	دی ۹۹
۱۷	اگر $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس ۳ × ۳با درآیه های $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i<j \\ ۲ & i=j \\ i+j & i>j \end{cases}$ باشد،درآیه های $a_{۱۲}$ و $a_{۳۱}$ و $a_{۳۳}$ را به دست آورید.	۰/۷۵	دی ۹۹
۱۸	مقادیر x, y را از معادله زیر به دست آورید. $[x \quad ۲] \times \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix} = [۴ \quad y-۲]$	۱	دی ۹۹
۱۹	اگر $A = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix}$ مقادیر a, b را طوری بدست آوریدکه $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۱	دی ۹۹
۲۰	جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} ۳ & ⋮ \\ m-۱ & ۴ \end{bmatrix}$ مقدار m برابر .....است.	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۲۱	اگر دو ماتریس $\begin{bmatrix} x-۱ & ۸ \\ ۳ & z+۱ \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} y+۱ & x-۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ =B مساوی باشند مقدار $x+y+z$ رابیابید.	۱/۵	شهریور ۹۹
۲۲	معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ⋮ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix} \times [x \quad ۳] = ۰$ راحل کنید.	۱/۲۵	شهریور ۹۹
۲۳	اگر $A = \begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ b & -۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۲ & a \end{bmatrix}$ ،مقادیر b, a را طوری بدست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۱/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۴	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید. ماتریس مربعی که تمام درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند،ماتریس اسکالر نامیده می شود.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۵	درجای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر ماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد(فقط دارای یک سطر باشد)آنگاه آن را یک ماتریس ..... می نامیم.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر ماتریسی قطری باشد وتمام درایه های روی قطر اصلی باهم برابر باشند،آن را یک ماتریس ..... می نامیم.	۰/۲۵	خرداد ۹۹

گروه ریاضی استان اردبیل پیله ور – صدقی

۲۷	درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی دارد.	۰/۲۵	خرداد ۹۹
۲۸	اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ باشد، $A^{۷}$ را بدست آورید.	۱/۲۵	دی ۹۸
۲۹	ماتریسهای $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۲ \\ ۰ & -۱ & ۱ \\ ۲ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a+b & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۴a+b \end{bmatrix}$ را در نظربگیرید،مقادیر a, b را چنان بیابید که داشته باشیم: $A^{۲} - B = \bar{O}$ ($\bar{O}$ ماتریس صفر است.)	۱/۲۵	دی ۹۸
۳۰	جای خالی را باعبارت مناسب پرکنید. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{۴\times۳}$ که در آن $a_{ij} = \frac{۲i}{j-۱}$ باشد ، درایه های واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس A برابر است با	۰/۲۵	دی ۹۸
۳۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.	۰/۲۵	دی ۹۸
۳۲	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۲x & ۵ \\ z & ۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۲x+y \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}$ مساوی باشند، مقدار $x+y+z$ رابیابید.	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۳۳	در ماتریس $A = [a_{ij}]_{۳\times۳}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i-۲j & i<j \\ -i+j & i \geq j \end{cases}$ می باشد ،مجموع درایه های ستون دوم ماتریس A را بدست آورید.	۱	تیر ۹۸
۳۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر برای ماتریس های متمایز C,B,A داشته باشیم ،AB=AC آنگاه لزوماً B=C است.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۳۵	درمعادله ماتریسی $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۶ & -۳ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۲ & ۳x \end{bmatrix} = ۰$ مقدار x را بیابید.	۱/۲۵	خرداد ۹۸
۳۶	جای خالی را یک کلمه مناسب پر کنید. حاصل ضرب ماتریس خاصیت جابجایی	۰/۲۵	دی ۹۷

۳۷	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & -۲\\ ۱ & ۰ & -۱\\ ۲ & ۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های سطر دوم $A^۳$ برابر ۵ می باشد. ب)اگر $A^۲ = A$ باشد،در این صورت داریم: $(A+I)^۲ = I + ۳A$	۱	دی ۹۷
۳۸	اگر ضرب ماتریس های $A=\begin{bmatrix}x & y\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشد ، حاصل $\begin{bmatrix}۳\\ ۲\\ -x\end{bmatrix} \times [x \quad ۲ \quad -y]$ را بیابید.	۱/۵	دی ۹۷
۳۹	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. هر ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن باهم برابر باشند ، را ماتریس .....می نامند.	۰/۲۵	دی ۹۷
	درس دوم : وارون ماتریس و دترمینان		
۴۰	اگر $A=\begin{bmatrix}۳ & -۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}$ ، نشان دهید : $(۵A)^{-۱} = \frac{۱}{۵}A^{-۱}$	۱/۵	دی ۱۴۰۱
۴۱	با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی I درستی رابطه زیر را ثابت کنید : $(A-۳I)^۲ = A^۲ - ۶A + ۹I$	۱	دی ۱۴۰۱
۴۲	اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۱\\ ۲ & ۶ & ۲\\ ۲ & -۱ & ۱\end{bmatrix}$ ، حاصل $\left\|-\frac{۱}{۲}A^۴\right\|$ را به دست آورید.	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۴۳	اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}۴ & ۱\\ ۰ & ۳\end{bmatrix}$ باشد ، وارون ماتریس $A-۲I$ را بیابید. (I ماتریس همانی مرتبه دو است) .	۱	شهریور ۱۴۰۱
۴۴	الف :در دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ ،اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد،دستگاه بی شمار جواب دارد. (درست – نادرست) ب : اگر $A=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۱\\ ۰ & ۲ & ۰\\ -۱ & ۰ & ۰\end{bmatrix}$ باشد ، $\left\|A\|A\|\right\|$ را بیابید.	۱	شهریور ۱۴۰۱

۴۵	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. الف) اگر A یک ماتریس ۳×۳ و $|A|=۵$ باشد آنگاه $|۲A|=۴۰$ است .	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۴۶	دستگاه $\begin{cases}۲x+y=۴\\ ۷x+۴y=۱۵\end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۴۷	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر A و B دو ماتریس ۲×۲ باشند ، آنگاه : $|AB|=|A||B|$	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۴۸	اگر $A=[۲i-۳j]_{۲\times ۲}$ و $B_{۲\times ۳}=\begin{cases}-۱ & i\neq j\\ ۰ & i=j\end{cases}$ باشد ، دترمینان ماتریس AB را به دست آورید.	۲	دی ۱۴۰۰
۴۹	اگر ماتریس A ماتریس ضرایب و X را ماتریس مجهولات و B را ماتریس معلومات دستگاه دو معادله و دو مجهولی $\begin{cases}۲x-y=۴\\ -۴x+۳y=۲\end{cases}$ در نظر بگیریم ، از تساوی $AX=B$ ماتریس X را به دست آورید.	۱/۵	دی ۱۴۰۰
۵۰	اگر A ماتریس ۳×۳ باشد ، $|A|=۴$ باشد ، آنگاه $\left\|A|A|\right\|$ را به دست آورید.	۰/۷۵	دی ۱۴۰۰
۵۱	دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}-۱ & ۱\\ ۰ & ۲\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۰\\ -۲ & ۳ & -۲\end{bmatrix}$ در نظر بگیرید: الف : آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می شود؟ چرا؟ ب : حاصل $|A\times B|$ را بدست آورید.	۱/۷۵	شهریور ۱۴۰۰
۵۲	ماتریس $A^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۲ & ۳\end{bmatrix}$ مفروض است ، ماتریس A را بدست آورید.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۵۳	مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی $\begin{cases}۲x+my=۱\\ (m-۱)x+y=۳\end{cases}$ جواب نداشته باشد.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰

۵۴	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. اگر ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & f \\ ۰ & a & ۰ \\ e & c & b \end{bmatrix}$ اسکالر باشد ، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۵۵	اگر $\begin{bmatrix} \lvert A\rvert & -۴ \\ ۱ & \lvert A\rvert \end{bmatrix} = ۲A$ باشد ، در این صورت حاصل $\lvert A^{-۱}\rvert$ را بیابید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۰
۵۶	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود ، با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases} ۳x - ۴y = ۷ \\ ۲x + y = ۱ \end{cases}$	۱	خرداد ۱۴۰۰
۵۷	اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۲ \\ ۱ & ۲ & ۳ \\ -۱ & -۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و اگر $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۲ \end{bmatrix}$ و $I_۳$ ماتریس همانی ۳ × ۳ باشد،حاصل عبارت زیر را بدست آورید. $\lvert A \times B\rvert + \lvert ۲I_۳\rvert$.=	۱/۲۵	دی ۹۹
۵۸	دستگاه مقابل را با استفاده از $A^{-۱}$ حل کنید. $\begin{cases} ۳x - ۵y = -۱ \\ ۲x + y = ۸ \end{cases}$	۱/۵	دی ۹۹
۵۹	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر A یک ماتریس ۳ × ۳ و $\lvert A\rvert = ۵$ باشد،آنگاه $\left\lvert \frac{۱}{۲}A \right\rvert$ برابر .....است.	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۶۰	اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & -۱ \\ ۰ & ۱ & -۲ \\ ۰ & ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۲ \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $\lvert A\rvert + \lvert B^{۲}\rvert$ را بیابید.	۱/۵	شهریور ۹۹
۶۱	اگر $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ باشد،مقادیر n, m را بیابیدکه رابطه ی $A^{۲} = mA + ۲I_۲$ برقرار باشد.	۲	شهریور ۹۹
۶۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف)اگر در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد،دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۶۳	الف) به ازای چه مقداری از m دستگاه معادلات $\begin{cases} x - y = ۳ \\ mx + ۶y = -۴ \end{cases}$ فاقد جواب است؟ ب)دستگاه $\begin{cases} x - y = ۳ \\ ۲x + ۶y = -۴ \end{cases}$ را با استفاده از $A^{-۱}$ حل کنید.	۲	شهریور ۹۹

۶۴	اگر $A=\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۲\\ -۴ & ۴ & ۵\end{bmatrix}$ ، در این صورت حاصل $\|\|A\|A\|$ را بیابید.	۰/۷۵	خرداد ۹۹خ
۶۵	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A=\begin{bmatrix}۳ & -۵\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B=\begin{bmatrix}۱\\ ۱۰\end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس دستگاه را با استفاده از $A^{-۱}$ بیابید.	۱/۵	خرداد ۹۹خ
۶۶	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $\mathrm{A}=\begin{bmatrix}a & ۸\\ ۳ & -۴\end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد،مقدار a برابر .....است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹
۶۷	الف)اگر $\mathrm{A}=\begin{bmatrix}\|A\| & ۸\\ ۳ & ۵\end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $\|A\|$ را بیابید. ب: ماتریس وارون A را حساب کنید.	۱/۲۵	خرداد ۹۹
۶۸	در تساوی $\begin{bmatrix}۲\\ ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & ۲\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x & ۱\end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.	۱/۲۵	خرداد ۹۹
۶۹	الف : حدود m را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases}۲mx+۳y=۱\\ ۲x-y=۳\end{cases}$ دارای جواب منحصر بفرد باشد. ب: جواب دستگاه مذکور را به ازای $m=۲$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.	۲	خرداد ۹۹
۷۰	درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر A یک ماتریس ۳×۳ و $\|A\|=۲$ باشد ، انگاه $\|۲A\|=۱۶$ است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹
۷۱	دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & m-۲\\ n+۱ & ۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۱\\ m & ۰ & n\\ ۳ & -۱ & ۲\end{bmatrix}$ مفرو اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد ، حاصل $\|A\|+\|B\|$ را محاسبه کنید.	۱/۷۵	خرداد ۹۹
۷۲	جای خالی را عبارت مناسب پر کنید. اگر $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۰ & ۰\\ -۱ & ۴ & ۰\\ ۰ & ۱ & -۱\end{bmatrix}$ باشد ، مقدار $\|-A\|$ برابر است با	۰/۲۵	دی ۹۸

گروه ریاضی استان ایلام (پیله ور – صدقی)

۷۳	اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۲\\ -۱ & ۳ & ۲\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\\ ۲ & ۳\end{bmatrix}$ دو ماتریس باشند . دترمینان ماتریس BA را بدست آورید.	۱/۲۵	دی ۹۸
۷۴	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases}۳x-۵y=-۱\\ ۲x+y=۸\end{cases}$	۱/۲۵	دی ۹۸
۷۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۰\\ ۰ & -۳ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۵\end{bmatrix}$ باشد ، مقدار $\lvert A\rvert$ برابر است با..... .	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۷۶	اگر ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که $a_{ij}=\begin{cases}i^۲-۱ & i=j\\ i-j & i>j\\ j=i & i<j\end{cases}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۰\\ -۱ & ۳ & ۲\\ ۲ & ۰ & ۵\end{bmatrix}$ باشد. الف : حاصل ماتریس $A\times B$ را به دست آورید. ب : دترمینان ماتریس B را بدست آورید.	۲	شهریور ۹۸
۷۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در دستگاه $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ ، اگر $A=\begin{bmatrix}a & b\\ a' & b'\end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $\lvert A\rvert\neq ۰$ ، در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۷۸	مقدار m را طوری بیابید که ماتریس $A=\begin{bmatrix}m & ۴\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.	۰/۷۵	شهریور ۹۸
۷۹	دستگاه $\begin{cases}۳x-۴y=۱\\ -x+۲y=۱\end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۱/۵	شهریور ۹۸
۸۰	جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با حاصل ضرب	۰/۲۵	تیر ۹۸
۸۱	اگر A ماتریس ۳ × ۳ باشد و $\lvert A\rvert=۲$. حاصل $\left\lvert\frac{۱}{\lvert A\rvert}A\right\rvert$ را بیابید.	۱	تیر ۹۸

۸۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ ، اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.	۰/۲۵	تیر ۹۸
۸۳	دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید. $\begin{cases} ۳x+۲y=۴ \\ x-y=۳ \end{cases}$	۱/۵	تیر ۹۸
۸۴	اگر $A=\begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۴ \\ ۰ & ۲ & ۳ \\ ۰ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ باشد ، حاصل $\lvert A^{۳}\rvert$ را محاسبه کنید.	۱	خرداد ۹۸
۸۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. شرط لازم وکافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد ، آن است که دترمینان ماتریس A .....باشد.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۸۶	مقدار m را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx+۳y=-۳ \\ ۴x+(m+۴)y=۲ \end{cases}$ جواب نداشته باشد.	۱/۲۵	خرداد ۹۸
۸۷	اگر A ماتریس ۳×۳ باشد و $\lvert A\rvert=-۲$ ، حاصل $\lvert \lvert A\rvert .A\rvert$ را بیابید.	۰/۷۵	دی ۹۷
۸۸	دستگاه زیر به ازای چه مقادیر m دارای جواب منحصر به فرد می باشد. $\begin{cases} (m-۳)x+۳y=m \\ ۴x+(m+۱)y=۲ \end{cases}$	۱	دی ۹۷

فصل دوم : آشنایی با مقاطع مخروطی

درس اول : آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی

۸۹	هرگاه دو خط d و l موازی باشند ، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود. اگر صفحهٔ P بر خط l عمود باشد، سطح مقطع صفحهٔ P و سطح ایجاد شده بیضی است . (درست - نادرست)	۰/۲۵	دی ۱۴۰۱

۹۰	الف : اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند ، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک ..... است. ب : سهمی ، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد . (درست – نادرست)	۰/۵	شهریور ۱۴۰۱
۹۱	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند . نقطه ای بیابیدکه از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.	۱/۵	شهریور ۱۴۰۱
۹۲	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. ب) اگر صفحهٔ P به گونه‌ای باشد که هر دو تکهٔ بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۹۳	نقاط A و B و C در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد . (بحث کنید)	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۹۴	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود باشد و از راس آن عبور نکند ، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۹۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. مکان هندسی ، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۹۶	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. مکان هندسی ، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۹۷	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد ، در اینصورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۹۸	اگر صفحه P با مولد d موازی باشد و از راس سطح مخروطی عبور کند ، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک .....است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰

۹۹	مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس اند ، یک نیم خط عمود بر خط d در نقطه A است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۱۰۰	نقطه A و خط d در صفحه مفرو اند. نقطه ای را بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد . بحث کنید.	۱/۵	دی ۹۹
۱۰۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف : مکان هندسی ، مجموعه ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد. ب : هرگاه صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از راس آن عبور نکند ، شکل حاصل یک دایره است.	۰/۵	شهریور ۹۹
۱۰۲	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. در حالتی که صفحه ی P بر محور سطح مخروطی L عمود باشد و از راس آن عبور کند ، شکل حاصل یک .....خواهد بود.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۱۰۳	درستی یا نادرستی گزاره ی زیر را معلوم کنید. مکان هندسی مرکزهای همه ی دایره هایی با شعاع ثابت r که بر خط d در صفحه مماس اند ، دو خط به موازات d و به فاصله r از d است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۱۰۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. مکان هندسی مرکز همه ی دایره هایی با شعاع ثابت r که بر دایره ی $C(O,r)$ در صفحه ی این دایره مماس خارج اند ، دایره ی $C'(O,۲r)$ است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹
۱۰۵	نقاط $A\,,B\,,C\,,D$ در صفحه مفروض اند ، نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از D و C نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید.)	۱/۵	خرداد ۹۹
۱۰۶	نقاط $A\,,B\,,C$ در صفحه مفروضند. نقطه ای بیابیدکه از B و A به یک فاصله بوده و از C به فاصله ی ۳ سانتی متر باشد.(پیرامون جواب مسئله بحث کنید.)	۱/۵	دی ۹۸
۱۰۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالتی که صفحه ی P بر محور سطح مخروطی l عمود باشد و از راس عبور نکند ، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۱۰۸	نقاط $A\,,B\,,C$ در صفحه مفرو اند. نقطه ای بیابید که از B و A به یک فاصله و از نقطه ی C به فاصله ی ۳ سانتی متر باشد. (در مورد تعداد نقاط در حالت های مختلف بحث کنید.)	۱/۵	شهریور ۹۸

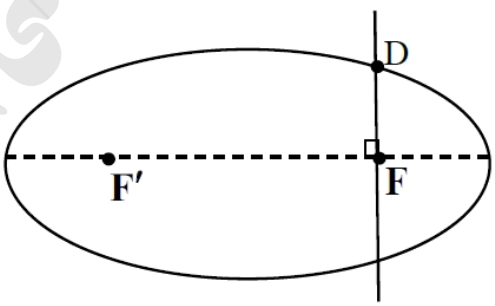
۱۰۹	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصلشان از دو نقطه ی ثابت ، یک مقدار ثابت باشد ، یک .....است.	۰/۲۵	تیر ۹۸
۱۱۰	دو نقطه ی B و A و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفرو اند ، نقطه ای بیابید که از B و A به یک فاصله بوده و از d به فاصله ی ۳سانتی متر باشد. (پیرامون وجود جواب بحث کنید.)	۱/۵	تیر ۹۸
۱۱۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالتی که صفحه ی P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن d نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه ی مخروط را قطع کند. فصل مشترک حاصل یک بیضی خواهد بود.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۱۱۲	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. مکان هندسی ، مجموعه ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه ی آنها یک .....داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد ، عضو این مجموعه باشد.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۱۱۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. صفحه ای با مولد سطح مخروطی دواری ، موازی است و از راس آن عبور نمی کند . فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی ، یک بیضی است.	۰/۲۵	دی ۹۷
	درس دوم : دایره		
۱۱۴	مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت یک ، که بر دایره $(x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۱۶$ مماس خارج باشند ، دایره‌ای به مرکز $O(۱,-۲)$ و شعاع ..... است .	۰/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۱۵	معادلهٔ دایره‌ای را بنویسید که $O(۲,-۱)$ مرکز آن بوده و از خط $۳x-۴y+۱۰=۰$ وتری به طول ۶ جدا کند .	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۱۶	در دایره به معادلهٔ ضمنی $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ با استفاده از روش مربع کامل ، ثابت کنید شعاع دایره برابر با $r=\frac{\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}}{۲}$ است .	۱	دی ۱۴۰۱
۱۱۷	الف : حدود a را طوری بدست آورید که $x^۲+y^۲-۴x+۶y+a=۰$ معادله یک دایره باشد. ب : وضعیت $x+y=۱$ و دایره $x^۲+y^۲-۲x-۲y-۲=۰$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲	شهریور ۱۴۰۱
۱۱۸	عبارت‌های زیر را کامل کنید. نقطه $A(۱,-۲)$ در ..... دایره به معادله $x^۲+y^۲-۲x+۲y=۰$ قرار دارد .	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱

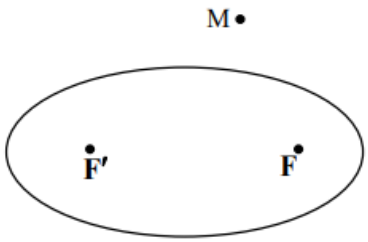
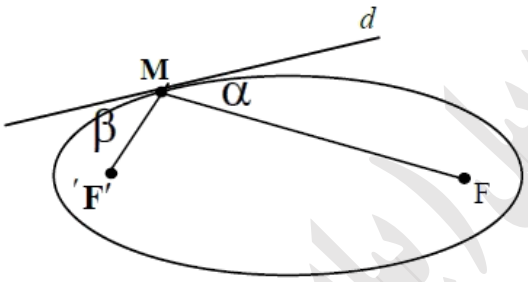
۱۱۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(۱,-۱)$ و بر خط $۳x-۴y+۳=۰$ مماس باشد .	۱	خرداد ۱۴۰۱
۱۲۰	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(۲,۳)$ بوده و $M(۱,۱)$ یک نقطه از آن باشد.	۱	دی ۱۴۰۰
۱۲۱	در نقطه $A(۲,۳)$ روی دایره به معادله $x^۲+y^۲-۲x-۲y=۳$ مماسی بر دایره رسم کرده ایم ، معادله این خط مماس را بدست آورید.	۱/۵	دی ۱۴۰۰
۱۲۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نقطه $(-۲,۳)$ روی دایره $x^۲+y^۲+۲x=۰$ قرار دارد.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۲۳	معادله دایره ای را بنویسید که $O(۰,۱)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x+y=۲$ وتری به طول $۲\sqrt{۲}$ جدا کند .	۱/۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۲۴	در نقطه $A(۲,۳)$ روی دایره $x^۲+y^۲-۲x-۲y=۳$ مماسی بر آن رسم کرده ایم ، معادله این خط مماس را به دست آورید.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۱۲۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O'(۲,۱)$ بوده و بر خط $۳x+۴y=-۵$ مماس باشد.	۱	خرداد ۱۴۰۰
۱۲۶	وضعیت دایره $x^۲+y^۲-۶x-۲y+۹=۰$ با دایره ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۰
۱۲۷	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x+y=۱$ و $x-y=۳$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $۴x+۳y=-۵$ بر آن مماس باشد.	۱/۲۵	دی ۹۹
۱۲۸	وضعیت دو دایره $(x-۱)^۲+y^۲=۱$ و $x^۲+(y-۱)^۲=۱$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲	دی ۹۹
۱۲۹	معادله دایره ای بنویسید که که مرکز آن $O(۰,۱)$ باشد و با دایره به معادله $x^۲+y^۲-۸x+۴y+۱۶=۰$ مماس داخل باشد.	۲	شهریور ۹۹

۱۳۰	وضعیت خط $x-y-1=0$ و دایره ی $x^2+y^2-2x+4y+3=0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵	شهریور ۹۹
۱۳۱	معادله ی دایره ای را بنویسید که $O(3,1)$ مرکز آن بوده و بر خط به معادله ی $4x+3y+5=0$ مماس باشد.	۱/۲۵	شهریور ۹۹
۱۳۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. رابطه ی $x^2+y^2-2x-4y+10=0$ معادله یک دایره است.	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۱۳۳	وضعیت دو دایره $x^2+y^2-2x=4$ و $x^2+y^2=4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱	خرداد ۹۹خ
۱۳۴	معادله ی دایره ای را بنویسید که $O(0,1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله ی $x+y=2$ وتری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.	۱/۵	خرداد ۹۹خ
۱۳۵	وضعیت نقطه ی $A(1,-2)$ نسبت به دایره ی $x^2+y^2-2x+2y=0$ را تعیین کنید.	۱	خرداد ۹۹
۱۳۶	معادله ی دایره ای را بنویسید که $O(-1,-1)$ مرکز آن بوده و روی خط $2x+y=2$ وتری به طول ۴ ایجاد کند.	۱/۲۵	خرداد ۹۹
۱۳۷	وضعیت خط $3x+y=0$ را نسبت به دایره ی $x^2+y^2-4x-4y+7=0$ را مشخص کنید.	۱/۲۵	دی ۹۸
۱۳۸	معادله ی دایره ای را بنویسید که $O(2,-2)$ مرکز آن بوده و بر دایره به معادله $x^2+y^2+2x-4y=4$ مماس خارج باشد.	۱/۲۵	دی ۹۸
۱۳۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. معادله ی ضمنی $x^2+y^2+ax+by+c=0$ معادله ی یک دایره است ، اگر و تنها اگر $a^2+b^2<4c$ باشد.	۰/۲۵	دی ۹۸
۱۴۰	وضعیت خط $x+y=2$ و دایره ی $x^2+y^2=2$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵	شهریور ۹۸

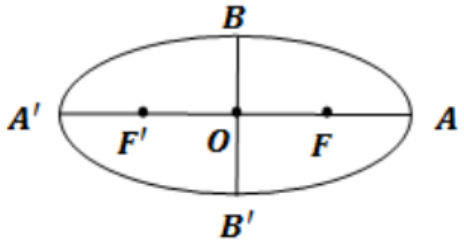
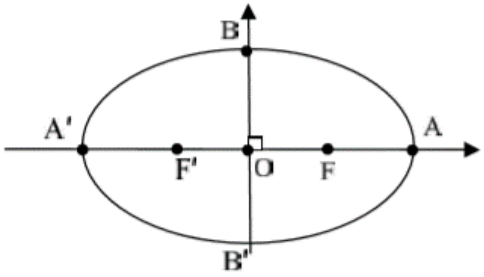
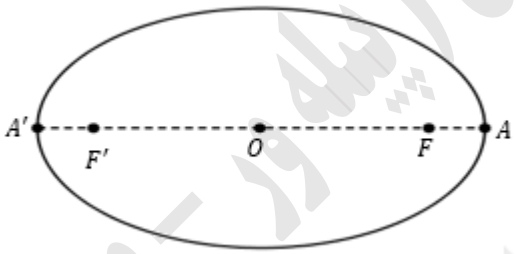
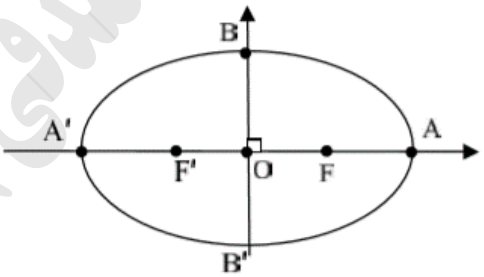
۱۴۱	معادله ی دایره ای را بنویسید که $O(-۲,۳)$ مرکز آن و $M(۱,-۱)$ یک نقطه از آن باشد.	۱	شهریور ۹۸
۱۴۲	دایره های $x^۲+y^۲-۶x-۲y+۹=۰$ و $x^۲+y^۲=۱$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۵	تیر ۹۸
۱۴۳	ازنقطه ی $A(۲,۳)$ روی دایره $x^۲+y^۲-۲x-۲y=۳$ مماسی بر دایره رسم کرده ایم . معادله ی این خط مماس را بدست آورید.	۱	خرداد ۹۸
۱۴۴	معادله ی دایره ای را بنویسید که خطوط $x+y=۱$ و $x-y=۳$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $۴x+۳y=-۵$ بر آن مماس باشد.	۱/۵	خرداد ۹۸
۱۴۵	دایر های $x^۲+y^۲-۲x=۴$ و $x^۲+y^۲=۴$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۷۵	دی ۹۷
۱۴۶	حدود a را طوری به دست آورید که $x^۲+y^۲-۳x+۵y+a=۰$ بتواند معادله یک دایره باشد.	۱	دی ۹۷
۱۴۷	معادله دایره ای را بنویسید که نقاط $A(۴,-۱)$ و $B(-۲,۱)$ دو سر قطری از آن باشند.	۱/۵	دی ۹۷

درس سوم : بیضی و سهمی

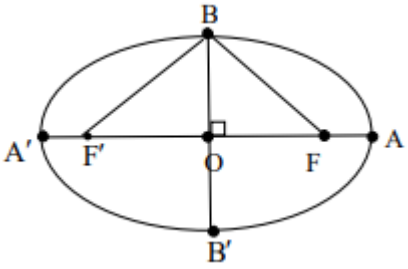
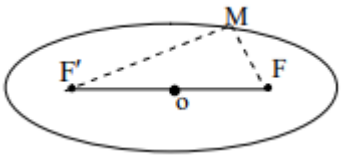
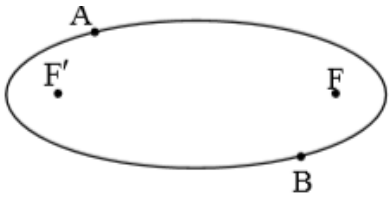
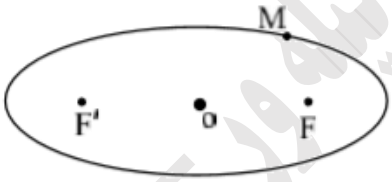
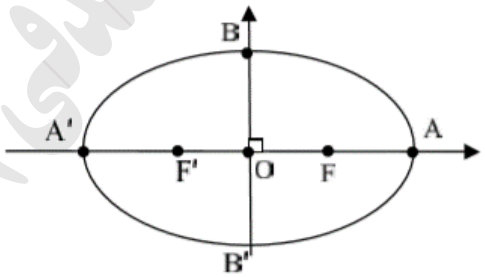
۱۴۸	در یک بیضی مختصات کانون‌ها $F(۴,۰)$ و $F'(-۲,۰)$ و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است . اگر نقطه $P(۱,m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد ، مقدار m را بیابید.	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۴۹	بیضی با قطر بزرگ $۲a$ ، قطر کوچک $۲b$ و کانون‌های F و F' مطابق شکل روبه‌رو مفروض است. اگر خطی در کانون F بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه D قطع کند، ثابت کنید : $DF=\frac{b^۲}{a}$ 	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱

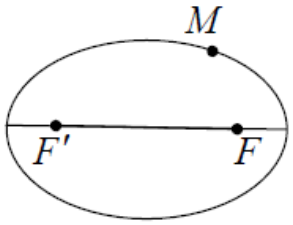
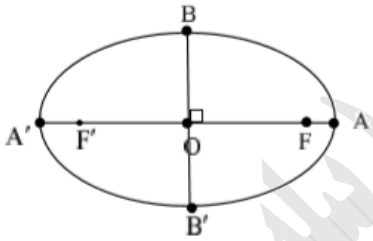
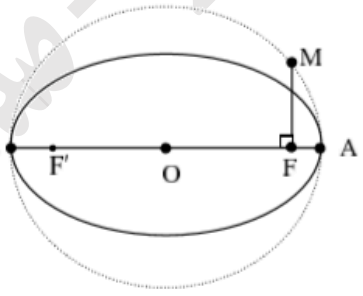
۱۵۰	اگر M نقطه ای بیرون بیضی باشد ، ثابت کنید: مجموع فواصل نقطه M از کانون های F' و F بزرگتر از طول قطر بیضی است. 	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۱
۱۵۱	اگر در یک بیضی طول AA' (قطر بزرگ) برابر با ۱۶ و خروج از مرکز $\frac{۳}{۴}$ باشد ، فاصله راس A تا نزدیکترین کانون را بدست آورید.	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۱
۱۵۲	عبارت‌های زیر را کامل کنید. اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به ..... نزدیکتر می‌شود.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۱۵۳	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. در شکل روبرو اگر خط d در نقطه M بر بیضی مماس باشد، زاویه $F\hat{M}F' = ۵۰^\circ$ باشد، آنگاه اندازه زاویه $\alpha = \beta =$ ۶۰° است. 	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۱۵۴	در یک بیضی افقی به مرکز مبدا مختصات طول قطرها برابر ۱۰ و ۶ است ؛ الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید . ب) مختصات کانون‌ها (F', F) ، مختصات دو سر قطر بزرگ (A', A) و دو سر قطر کوچک (B', B) را به دست آورید. پ) بیضی را روی محور مختصات رسم کنید .	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۱۵۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۱۵۶	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بیضی باشد ، نقطه A در..... بیضی است.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰

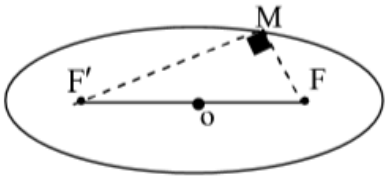
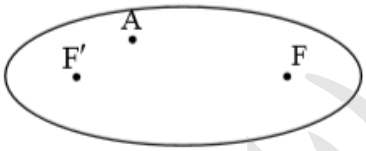
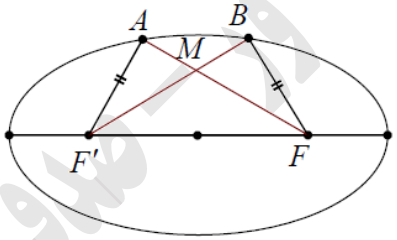
گروه ریاضی استان اردبیل پیله ور - صدقی

۱۵۷	اگر در بیضی طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک باشد ، اندازه زاویه $\widehat{FBF'}$ چند درجه است ؟ 	۱/۲۵	دی ۱۴۰۰
۱۵۸	در بیضی روبرو : $OA = OA' = a \quad , \quad OB = OB' = b \quad , \quad OF = OF' = c$ ثابت کنید : $a^2 = b^2 + c^2$ 	۱/۲۵	دی ۱۴۰۰
۱۵۹	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. در حالتی که $\frac{c}{a} = ۱$ بیضی به یک ..... تبدیل می شود.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۶۰	در بیضی روبرو نقاط A' و A دو سر قطر بزرگ و نقاط F' و F کانون های بیضی اند. ثابت کنید. $A'F' = AF$ 	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۶۱	در بیضی مقابل ، طول قطر کوچک $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ طول قطر بزرگ است . اندازه زاویه $F'BF$ را بدست آورید. 	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۶۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. در حالتی که $\frac{c}{a} = ۰$ بیضی به یک ..... تبدیل می شود.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰

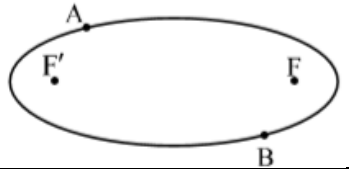
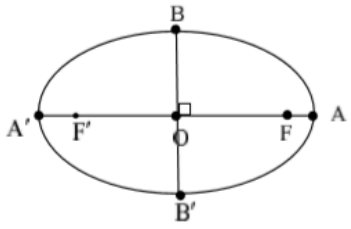
گروه ریاضی استان اردبیل

۱۶۳	در شکل مقابل اگر $OF = c\ , OB = b\ , OA = a$ باشد ثابت کنید: $a^۲ = b^۲ + c^۲$ 	۱	خرداد ۱۴۰۰
۱۶۴	نقطه M روی بیضی به اقطار ۱۰ و ۶ واحد به گونه ای قرار دارد ، که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. الف : نشان دهید مثلث MFF' قائم الزاویه است. ب : طول MF را بدست آورید. ($F'\ , F$ کانون های بیضی هستند و $MF < MF'$) 	۱/۵	خرداد ۱۴۰۰
۱۶۵	دو نقطه $B\ , A$ مطابق شکل روی بیضی و نقاط F' و F کانون های بیضی اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند. 	۱	دی ۹۹
۱۶۶	در شکل مقابل نقطه ی M روی بیضی و کانون های F' و F مشخص شده اند. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه ی M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه ی F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $MF' = NF'$ 	۱	شهریور ۹۹
۱۶۷	مرکز بیضی مقابل بر مبدا مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله ی F از هر دو نقطه ی O و A برابر ۴ است. طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید. 	۱/۲۵	شهریور ۹۹
۱۶۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله ی کانونی آن باشد ، خروج از مرکز بیضی برابر .....است.	۰/۲۵	شهریور ۹۹

۱۶۹	در شکل مقابل نقطه ی M روی بیضی و کانون های F' و F مشخص شده اند. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه ی M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه ی F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $NF' = MF'$ 	۱/۲۵	خرداد ۹۹خ
۱۷۰	در یک بیضی خروج از مرکز برابر $\frac{۴}{۵}$ و اندازه قطر بزرگ بیضی برابر ۲۰ است. طول قطر کوچک بیضی و اندازه ی کانونی آن را بیابید.	۱/۵	خرداد ۹۹خ
۱۷۱	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. در صورتی که خروج از مرکز بیضی برابر.....باشد، بیضی تبدیل به یک دایره می شود.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۱۷۲	اگر در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۴ و فاصله ی کانون تا مرکز آن برابر ۵ باشد ، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱	خرداد ۹۹
۱۷۳	در یک بیضی مقابل طول قطر بزرگ $\sqrt{۲}$ برابر طول قطر کوچک است. اندازه ی زاویه ی FBF' چند درجه است؟ 	۱/۵	خرداد ۹۹
۱۷۴	قطر دایره ی C مانند شکل مقابل ، قطر بزرگ بیضی است. و از کانون F عمودی بر قطر AA' رسم کرده ایم تا دایره را در نقطه ای مانند M قطع کند. ثابت کنید که اندازه ی MF برابر نصف اندازه ی قطر کوچک بیضی است. 	۱	خرداد ۹۹
۱۷۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد، بیضی تبدیل به یک دایره می شود.	۰/۲۵	خرداد ۹۹

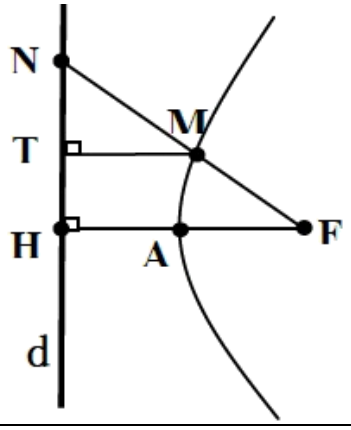
۱۷۶	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر مجموع فواصل نقطه ی A از دو کانون بیضی بیشتر از طول بزرگ باشد ، نقطه ی A در ..... بیضی است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹
۱۷۷	نقطه ی M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه ای قرار دارد که فاصله ی آن تا مرکز بیضی برابر۴ واحد است. در صورتی که بدانیم مثلث MFF' قائم الزاویه است . طول MF را بدست آورید. (F و F' کانون های بیضی هستند.) 	۱/۵	دی ۹۸
۱۷۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد ، بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.	۰/۲۵	دی ۹۸
۱۷۹	بیضی با قطرهای ۶ و ۱۰ مفروض است ، خروج از مرکز بیضی را بدست آورید.	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۱۸۰	در شکل مقابل نقطه ی A داخل بیضی و نقاط F و F' کانون های بیضی اند. ثابت کنید که مجموع فواصل نقطه ی A از F و F' کوچکتر از قطر بزرگ بیضی است. 	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۱۸۱	دو نقطه ی A و B روی یک بیضی F و F' کانون های بیضی اند. با توجه به شکل ، اگر $AF' = BF$ باشد. نشان دهید مثلث FMF' متساوی الساقین است. 	۱/۵	تیر ۹۸
۱۸۲	اگر $A(۲,۱۲)$ و $A'(۲,-۸)$ دو راس بیضی (AA' قطر بزرگ بیضی) و خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{۳}{۵}$ باشد. فاصله ی کانونی را به دست آورید.	۱/۲۵	تیر ۹۸
۱۸۳	اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{۳}{۵}$ و قطر کوچک بیضی ۱۶ باشد . طول قطر بزرگ بیضی و فاصله ی کانونی آن را به دست آورید.	۱/۵	خرداد ۹۸

گروه ریاضی استان اردبیل

۱۸۴	دو نقطه ی A و B مطابق شکل ، روی بیضی و نقاط F و F' کانون های بیضی اند. اگر $AF' = BF$ باشد، ثابت کنید دو پاره خط BF' و AF موازی اند. 	۱/۲۵	خرداد ۹۸
۱۸۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد ، بیضی تبدیل به یک .....می شود.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۱۸۶	در بیضی شکل مقابل طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک باشد. اندازه ی زاویه ی FBF' را تعیین کنید. 	۱/۵	دی ۹۷

درس سوم : سهمی

۱۸۷	معادلهٔ سهمی را بنویسید که $F(-۳,۲)$ مختصات کانون و معادله خط هادی آن $x = ۱$ باشد.	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۸۸	مختصات نقاط برخورد سهمی $y^۲ + ۷x + ۵ = ۰$ و دایرهٔ $x^۲ + y^۲ = ۲۵$ را به دست آورید .	۱/۵	دی ۱۴۰۱
۱۸۹	الف : معادله سهمی را بنویسید که $A(۲,۳)$ راس آن بوده و معادل خط هادی آن $x = ۳$ باشد. ب : مختصات کانون سهمی را بیابید. پ : مختصات نقطه برخورد سهمی با محور طول ها را حساب کنید.	۲	شهریور ۱۴۰۰
۱۹۰	الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادلهٔ $y^۲ - ۲y - ۸x + ۹ = ۰$ را بیابید. ب) مختصات رأس ، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱

۱۹۱	در شکل روبرو سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است . از کانون F به نقطهٔ دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا خط d را در N قطع کند و از نقطهٔ M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید : $\frac{FN}{FA}=\frac{۲NT}{TH}$  	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۱۹۲	سهمی $y^۲=۲x+۴y$ را در نظر بگیرید. الف : مختصات راس ، کانون و خط هادی سهمی را به دست آورید. ب : نقاط برخورد سهمی با محور های مختصات را به دست آورید.	۲	دی ۱۴۰۰
۱۹۳	سهمی به معادله ی $y^۲-۲y+۸x+۹=۰$ را در نظر بگیرید : الف : مختصات راس ، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست اورید. ب : نمودار سهمی را رسم کنید.	۲	شهریور ۱۴۰۰
۱۹۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در یک سهمی مرکزهای همه دایره هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس اند ، یک نیم خط عمود بر خط dدر نقطه A است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۱۹۵	اگر نقطه $A(۲,۳)$ راس سهمی و $y=۷$ معادله خط هادی سهمی باشد. الف : معادله سهمی را بدست آورید. ب: مختصات کانون سهمی را بیابید.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۱۹۶	در یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره ای به قطر ۶۰ واحد و گودی (عمق) ۹ واحد مفروض است فاصله کانونی این دیش را به دست آورید.	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۰
۱۹۷	معادله سهمی را بنویسید که $A(۱,۲)$ و $F(۱,-۲)$ کانون آن باشد ، سپس معادله خط هادی آن را بیابید.	۱/۲۵	دی ۹۹
۱۹۸	معادله سهمی را بنویسید که $A(۴,۶)$ راس و $y=۳$ معادله خط هادی آن باشد.	۱/۲۵	شهریور ۹۹

گروه ریاضی استان اردبیل پیله ور – صدقی

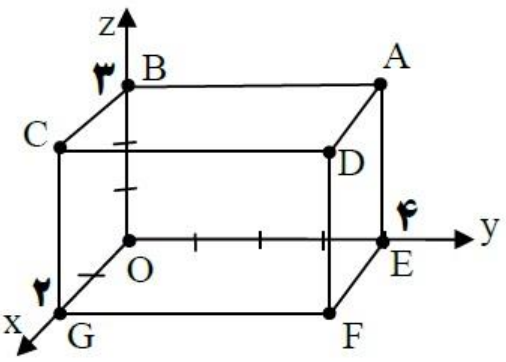
۱۹۹	مختصات کانون ، مختصات راس و معادله ی خط هادی سهمی به معادله ی $y^۲ - ۶y + ۱۶x + ۲۵ = ۰$ را تعیین کنید.	۱/۷۵	شهریور ۹۹
۲۰۰	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک .....ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۲۰۱	سهمی $x^۲ = ۲y - ۴x$ مفرو است . مختصات راس و کانون سهمی را یافته و مختصات نقطه ی برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.	۲	خرداد ۹۹خ
۲۰۲	سهمی $y^۲ = ۴x - ۴$ مفروض است . به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره ای رسم می کنیم . مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۲	خرداد ۹۹
۲۰۳	الف : مختصات راس ، کانون و معادله ی خط هادی سهمی $x^۲ - ۴y + ۸ = ۰$ را بدست آورید. ب : نمودار سهمی را با استفاده از نقاط کمکی رسم کنید.	۲/۵	خرداد ۹۹
۲۰۴	جای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. هرشعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه ی سهمی بتابد ، بازتاب آن از .....خواهد گذشت.	۰/۲۵	خرداد ۹۹
۲۰۵	سهمی $y^۲ = ۴x - ۴$ مفروض است . به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره ای رسم می کنیم . معادله ی دایره را بنویسید. و سپس مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱/۷۵	دی ۹۸
۲۰۶	اگر نقطه ی $A(۲,۳)$ راس سهمی و $y = ۷$ معادله خط هادی سهمی باشد. الف : معادله سهمی را بنویسید. ب: مختصات کانون سهمی را به دست آورید.	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۲۰۷	جای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ی ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند را .....می نامیم.	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۲۰۸	سهمی $y^۲ = ۴x - ۴y$ مفروض است. مختصات راس سهمی ، مختصات کانون سهمی و معادله خط هادی را بنویسید و سپس نمودار سهمی را رسم کنید.	۲	تیر ۹۸
۲۰۹	سهمی $y^۲ - ۲y + ۸x + ۹ = ۰$ مفروض است. الف : مختصات راس ، مختصات کانون و معادله خط هادی را به دست آورید. ب : نمودار سهمی را رسم کنید.	۲	خرداد ۹۸

۲۱۰	معادله سهمی را بنویسید که $F(۱,-۲)$ کانون و $S(۱,۲)$ راس آن باشد. سپس خط هادی آن را بنویسید.	۱/۲۵	دی ۹۷

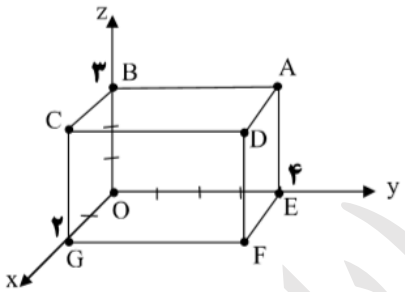
فصل سوم : بردارها

درس اول : معرفی فضای $R^۳$

۲۱۱	الف) معادلهٔ صفحه‌ای که بر محور z ها در نقطه به مختصات $A=(۰,۰,۳)$ عمود باشد ، به صورت ..... است . ب) شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $-۲ < y \leq -۱$ و $y < -x^۲ + ۱$ را در فضای دو بعدی رسم کنید .	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲۱۲	الف : در فضای سه بعدی ، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ z = ۰ \end{cases}$ ، معادله محور ..... است. ب : اگر بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار دلخواه ، r عدد حقیقی و $\vec{b} = r\vec{a}$ آنگاه $\lvert\vec{b}\rvert = \lvert r\rvert\lvert\vec{a}\rvert$. (درست – نادرست) پ : شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $-۱ < x \leq ۲$, $y = x^۲$ را در فضای دو بعدی رسم کنید. ت : طول بردار $\vec{b} = (۰, -۳, ۴)$ را به دست آورید.	۱/۷۵	شهریور ۱۴۰۱
۲۱۳	شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطهٔ $x^۲ \leq y \leq ۲$ را رسم کنید .	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۱۴	با توجه به شکل ، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) نام وجه از شکل که معادلهٔ آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید . $x = ۲$ و $۰ \leq y \leq ۴$ و $۰ \leq z \leq ۳$ ب) معادلات مربوط به پاره‌خط (یال) AD را بنویسید. پ) مختصات نقطهٔ D را بنویسید. ت) معادله صفحه‌ای را بنویسید که موازی با صفحه xoz باشد و مکعب مستطیل را نصف کند .	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۱۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. نقطه با مختصات $(-۴, ۳, -۲)$ در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰



۲۱۶	الف : در فضای سه بعدی نقطه A روی محور xها به طول ۲ و نقطه B در صفحه yoz با عرض ۳- و ارتفاع ۴ مفروض است . فاصله وسط پاره خط AB تا مبدا مختصات را بدست آورید. ب : اگر طول و عرض و ارتفاع اتاقی ۴ متر و ۵ متر و ۳ متر باشد طول قطر اتاق که دو نقطه مقابل را به هم وصل کند را به دست آورید.	۲	دی ۱۴۰۰
۲۱۷	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. بردار $\vec{a} = ۲\vec{j} - \vec{k}$ در فضا سه بعدی بر صفحه مختصات ..... منطبق است.(xoz , yoz , xoy)	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۱۸	نقطه A به طول ۲ روی محور xها و نقطه B روی صفحه xoz به طول ۱ و ارتفاع ۳ در فضای سه بعدی مفروض اند. الف : مختصات نقاط A و B را مشخص کنید. ب : طول پاره خط AB را محاسبه کنید. پ : مختصات وسط پاره خط AB را بدست آورید.	۲	شهریور ۱۴۰۰
۲۱۹	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. در فضای $R^۳$ ، نقطه $(۵- \text{ و } ۲ \text{ و } ۳-)$ در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۲۰	به سوالات زیر پاسخ دهید. الف : اگر $y = b$ معادله صفحه ای در فضای $R^۳$ باشد که از نقطه $A = (۲ , -۳ , ۴)$ بگذرد ، مقدار عددی b چقدر است ؟ ب : معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ y = ۰ \end{cases}$ مربوط به کدام محور در دستگاه مختصات $R^۳$ است ؟ پ : در فضای $R^۳$ ، نقطه A به عرض ۲ و ارتفاع ۳ روی صفحه yoz و نقطه $B = (-۳ , ۶ , -۴)$ مفروض اند مختصات وسط AB را بیابید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۲۱	نقاط $A = (۱ , ۲ , ۱)$ و $B = (۲ , ۲ , ۱)$ و $C = (۳ , ۲ , -۱)$ را در فضا در نظر می گیریم ، کدام نقطه ها روی خط $\begin{cases} y = ۲ \\ z = ۱ \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟	۱	دی ۹۹
۲۲۲	دو بردار $\vec{a} = (۱ , ۲ , -۱)$ و $\vec{b} = (۰ , ۲ , -۱)$ را در نظر بگیرید. الف : بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای $R^۳$ واقع است ؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب: طول بردار $۲\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵	دی ۹۹
۲۲۳	الف : نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ z = ۰ \end{cases}$ در فضای $R^۳$ چه شکلی است ؟ و چه ارتباطی با نمودار $x = ۰$ دارد؟ ب : اگر $\vec{a} = (۲ , -۱ , ۳)$ و $\vec{b} = \vec{i} + ۲\vec{j}$ باشد . اندازه ی بردار $\vec{a} + ۲\vec{b}$ را بدست آورید.	۲	شهریور ۹۹

۲۲۴	اگر $\vec{a}=(\sqrt{۸},۲,۴)$ و $\vec{b}=-۶\vec{j}+۸\vec{j}$ و $r=-\frac{۱}{۲}$ الف : طول بردار $r\vec{b}$ را مشخص کنید. ب : بردار $r\vec{a}+\vec{b}$ را بیابید.	۱/۵	خرداد ۹۹خ
۲۲۵	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر دو بردار مانند $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، .....باشند ، آنگاه یکی از آنها مضرب دیگری است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۲۶	نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases}y=۰\\z=۰\end{cases}$ چه شکلی است ؟ و چه ارتباطی با نمودار معادله ی $y=۰$ دارد؟چرا؟	۱	خرداد ۹۹خ
۲۲۷	درستی یا نادرستی گزاره ی زیر را معلوم کنید. نقطه ی $(-۲,-۱,۰)$ روی صفحه ی yoz قرار دارد.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۲۸	وجه های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل ، قسمت هایی از صفحات به معادلات $(x=۰,x=۲)$ و $(y=۰,y=۴)$ و $(z=۰,z=۳)$ هستند. الف : مختصات نقطه ی A را مشخص کنید. ب : معادلات مربوط به یال AD و وجه $CDFG$ را بنویسید. 	۱/۵	دی ۹۸
۲۲۹	نقاط $A=(۳,۱,۲)$ و $B=(۳,-۲,۲)$ در $R^۳$ مفروض اند. الف : طول پاره خط AB را بدست آورید. ب : معادلات مربوط به پاره خط AB را بنویسید.	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۲۳۰	نقاط $A=(۲,۱,۳)$ و $B=(-۱,۱,۳)$ در $R^۳$ مفروض اند. معادلات مربوط به پاره خط AB را بنویسید.	۰/۵	تیر ۹۸
۲۳۱	اگر $\vec{b}=(۰,۱,-۱)$ و $\vec{a}=۲\vec{j}-۳\vec{k}$ باشد . اندازه ی بردار $\vec{c}=۲\vec{b}-\vec{a}$ را بدست آورید.	۰/۷۵	تیر ۹۸

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۳۲	به سئوالات زیر پاسخ دهید. الف : معادله ی خطی را بنویسید که از نقطه ی $A = (۲, ۳, ۴)$ بگذرد و با صفحه ای xoy موازی باشد. ب : معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ z = ۰ \end{cases}$ مربوط به کدام محور است؟ پ : در فضای $R^۳$ ، نقطه ی A به طول ۲ روی محور طول ها و نقطه ی $B = (-۳, ۶, -۴)$ مفروض اند. مختصات نقطه ی وسط AB را بیابید.	۱/۵	خرداد ۹۸
۲۳۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نقطه ی $A = (۲, -۳, ۰)$ روی صفحه ی xoy قرار دارد.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۲۳۴	اگر $\vec{b} = (۱, ۲, ۱)$ و $\vec{a} = ۲\vec{i} - \vec{k}$ باشد . طول بردار $\vec{a} - ۲\vec{b}$ را بدست آورید.	۱	خرداد ۹۸
۲۳۵	اگر $\vec{a} = ۳\vec{i} - ۲\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (۳, ۱, -۱)$ و $r = ۲$ باشد، بردار $r\vec{b} - \vec{a}$ را بدست آورید.	۱	دی ۹۷
	درس دوم : ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها		
۲۳۶	اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (۲, -۱, n)$ و $\vec{b} = (۱, ۰, -۱)$ برابر با ۱۳۵ درجه باشد ، مقدار n رابیابید .	۱/۵	دی ۱۴۰۱
۲۳۷	ثابت کنید اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند ، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ ، برابر خود $\vec{a}$ می‌شود .	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲۳۸	سه بردار $\vec{a} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (۰, ۲, ۱)$ را در نظر بگیرید : الف) طول بردار $۲\vec{b} - \vec{c}$ را به دست آورید . ب) مساحت متوازی الاضلاع که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b} + \vec{c}$ ایجاد می‌شود را به دست آورید .	۲	دی ۱۴۰۱
۲۳۹	مقدار m را چنان بیابید که دو بردار $\vec{a} = (۲, m, -۱)$ و $\vec{b} = (m + ۱, ۳, ۲)$ بر هم عمود باشند .	۱	شهریور ۱۴۰۱

۲۴۰	اگر $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۵$ و حاصلضرب داخلی دو بردار ۱۰ باشد ، مساحت مثلثی که توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تولید می شود چقدر است ؟	۲	شهریور ۱۴۰۱
۲۴۱	حجم متوازی السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار $\vec{a} = (-۱ , ۰ , ۱)$ و $\vec{b} = (۰,۲ , ۲)$ و $\vec{c} = (۲ , -۳ , ۰)$ تولید می شود .	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۱
۲۴۲	عبارت‌های زیر را کامل کنید. اگر سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی‌السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر ..... است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۳	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. برای دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ حاصلضرب خارجی $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{0}$ است	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۴	سه بردار $\vec{a} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (۰ ,۲,۱)$ در نظر بگیرید الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با θ باشد $\cos\theta$ را بیابید . ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر $\vec{b} - \vec{c}$ را بدست آورید .	۱/۷۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۵	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض‌اند به طوری که $\|\vec{a}\| = ۶$ و $\|\vec{b}\| = ۴$ و زاویه بین آنها ۳۰ درجه است مقدار عبارت $\|۲\vec{a} \times \vec{b}\|$ را محاسبه کنید .	۱	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۶	اگر $A = (۲,-۱,۳)$ و $B = (۳,۱,۴)$ و $C = (-۱,۱,۰)$ سه رأس مثلث ABC باشند ، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۷	برای دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a}.\vec{b} = ۰$.	۱	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۸	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. اگر برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم : $\vec{a}.\vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|$ در این صورت زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر .....است .	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۲۴۹	بردارهای $\vec{a} = (۲ , -۱ , ۲)$ و $\vec{b} = (۱ , -۱ , ۰)$ را در نظر بگیرید. الف : زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب: برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲	دی ۱۴۰۰

۲۵۰	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند به طوری که $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۲۶$ و $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = ۷۲$ اگر زاویه بین بردارها کمتر از قائمه باشد مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵	دی ۱۴۰۰
۲۵۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای سه بردار $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ به طول های واحد روی محورهای مختصات در $R^۳$ ، داریم : $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۲	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (۲, -۱, ۲)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (۱, -۱, ۰)$ بیابید.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۳	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به طول های $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۲۶$ و اندازه ضرب خارجی $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = ۷۲$ مفروض اند.اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کمتر از ۹۰° باشد مقدار ضرب داخلی دو بردار را به دست آورید.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۴	مقدار m را طوری تعیین که سه بردار $\vec{a} = (۲, -۱, ۳)$ و $\vec{b} = (۰, m, -۱)$ و $\vec{c} = (۱, -۲, ۳)$ در یک صفحه باشند.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر ، منفرجه باشد ، آنگاه ضرب داخلی آنها یک عدد حقیقی مثبت است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۶	اگر $\vec{a} = (۱, -۳, ۴)$ و $\vec{b} = (۳, -۴, ۲)$ و $\vec{c} = (-۱, ۱, ۴)$ باشند تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را بدست آورید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۷	اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بردارهایی باشند به ترتیب با طول های ۱ و ۲و ۳ با این ویژگی که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$ ، مقدار عددی $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$ را به دست آورید.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۸	ثابت کنید: دوبردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند ، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{O}$.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۹	سه بردار $\vec{a} = (۱, ۳, ۲)$ و $\vec{b} = (۰, ۱, -۱)$ و $\vec{c} = (۲, ۱, -۲)$ مفرو اند. الف: بردار ی عمود بر دو بردار $-۲\vec{b}$ و $\vec{c}$ به دست آورید. ب : حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.	۲	خرداد ۱۴۰۰

۲۶۰	برای هردو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: اگر $\vec{a}.\vec{b}=0$ باشد آنگاه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند.	۱	دی ۹۹
۲۶۱	بردارهای $\vec{a}=(2,-1,2)$ و $\vec{b}=(1,-1,0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ بیابید.	۱	دی ۹۹
۲۶۲	مساحت متوازی الاضلاعی را بدست آورید که توسط دو بردار $\vec{a}=(1,2,3)$ و $\vec{b}=(1,0,2)$ به وجود می آید.	۱	دی ۹۹
۲۶۳	بردارهای $\vec{a}=(2,-1,2)$ و $\vec{b}=(1,-1,0)$ را در نظر بگیرید. الف : زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب: برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲	شهریور ۹۹
۲۶۴	زاویه بین دو بردار $\vec{a}=(0,-1,-1)$ و $\vec{b}=(2,-1,-2)$ را بدست آورید.	۱/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۵	درستی یا نادرستی گزاره زیر را معلوم کنید. برای هردو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، نامساوی $\lvert\vec{a}.\vec{b}\rvert \geq \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert$ برقرار است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۶	ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر بردار $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$	۱/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۷	بردارهای $\vec{a}=(-5,3,-4)$ و $\vec{b}=(1,-1,1)$ را در نظر بگیرید. الف : تصویر قائم $\vec{a}$ برامتداد $\vec{b}$ را بدست آورید. ب : برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید. ج : مساحت مثلث پدید آمده توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید.	۲/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۸	بردارهای $\vec{a}=(-2,0,2)$ و $\vec{b}=2\vec{j}-2\vec{k}$ را در نظر بگیرید. الف : زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب : تصویر قائم $\vec{a}+\vec{b}$ برامتداد $\vec{b}$ را بدست آورید.	۲	خرداد ۹۹
۲۶۹	دو بردار $\vec{a}=(1,-2,3)$ و $\vec{b}=-2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ را در نظر بگیرید. الف : بردار $\vec{a}$ در کدام از فضای R^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود.) ب : طول بردار $\vec{a}+2\vec{b}$ را حساب کنید. پ : برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲	خرداد ۹۹

۲۷۰	اگر بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ باشد ، ثابت کنید: $\vec{a}.\vec{a} = \|\vec{a}\|^2$	۱	دی ۹۸
۲۷۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر ا مشخص کنید. اگر برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم : $\|\vec{a}.\vec{b}\| = \|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|$ در این صورت $\theta = \frac{\pi}{2}$ است. (θ زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است .)	۰/۲۵	دی ۹۸
۲۷۲	بردارهای $\vec{a} = (۱, ۲, ۳)$ و $\vec{b} = (-۲, ۰, ۲)$ مفروض اند: الف : تصویر قائم بردار $\vec{a}$ برامتداد بردار $\vec{b}$ را بدست آورید. ب : طول بردار $۲\vec{a} - \vec{b}$ را حساب کنید.	۱/۵	دی ۹۸
۲۷۳	جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. اگر $\vec{k}$ و $\vec{j}$ و $\vec{i}$ بردارهای واحد در R^3 باشند حاصل $\vec{k}.(\vec{i} \times \vec{j})$ برابر است با	۰/۲۵	دی ۹۸
۲۷۴	اگر $A = (-۱, ۲, ۰)$ و $B = (۱, ۰, -۱)$ و $C = (۰, -۱, ۱)$ سه راس مثلث ABC باشند ، مساحت این مثلث را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵	دی ۹۸
۲۷۵	جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید. اگر برای هردو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم : $\vec{a}.\vec{b} = \|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|$ در این صورت زاویه ی بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر .....است .	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۲۷۶	ثابت کنید که اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند ، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ ، برابر خود $\vec{a}$ می شود.	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۲۷۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای بردار غیر صفر $\vec{a}$ در R^3 داریم : $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{O}$	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۲۷۸	اگر $\vec{k}$ و $\vec{j}$ و $\vec{i}$ بردارهای واحد در R^3 باشند حاصل $\vec{i}.(\vec{j} \times \vec{k})$ را به دست آورید.	۱	شهریور ۹۸
۲۷۹	برای هردو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید : $\|\vec{a}.\vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|$	۱	تیر ۹۸
۲۸۰	مقدار m را طوری تعیین کنید که زاویه ی بین دو بردار $\vec{a} = (m, -۱, ۲)$ و $\vec{b} = (۱, -۱, ۰)$ برابر ۴۵ درجه باشد.	۱/۵	تیر ۹۸

۲۸۱	تصویر قائم بردار $\vec{a}=(۵,-۱,۲)$ را بر امتداد بردار $\vec{b}=(۱,-۱,۰)$ بیابید.	۱	تیر ۹۸
۲۸۲	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند . اگر $\|\vec{a}\|=۳$ و $\|\vec{b}\|=۸$ و $\|\vec{a}\times\vec{b}\|=۱۲$ باشد ، مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵	تیر ۹۸
۲۸۳	حجم متوازی السطوحی را محاسبه کنید که توسط بردارهای $\vec{c}=(۳,۲,۱)$ و $\vec{b}=(۱,۰,۲)$ و $\vec{a}=(۲,۱,۰)$ تولید می شود.	۱	تیر ۹۸
۲۸۴	سه بردار $\vec{a}=(۲,۳,۱)$ و $\vec{b}=(-۱,۱,۰)$ و $\vec{c}=(۲,۱,-۲)$ مفرو اند. الف: بردار ی عمود بر دو بردار $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{c}$ به دست آورید. ب : حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.	۲	تیر ۹۸
۲۸۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که بر هم عمود هستند، برابر .....است.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۲۸۶	بردارهای $\vec{a}=(۲,۳-$ و $۱)$ و $\vec{b}=(-۲,۱,-۵)$ را در نظر بگیرید الف : تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آورید. ب: برداری عمود بر این دو بردار بنویسید.	۱/۷۵	خرداد ۹۸
۲۸۷	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که بر هم عمود هستند ، اگر و فقط اگر $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{O}$	۱	خرداد ۹۸
۲۸۸	مقدار m را طوری تعیین که سه بردار $\vec{a}=(۱$ و$m,-۱۱)$ و $\vec{b}=(۲,۳,-۱)$ و $\vec{c}=(۱,-۱,۳)$ در یک صفحه باشند.	۱	خرداد ۹۸
۲۸۹	اگر طول بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به ترتیب ۴ و ۶ و $\vec{a}.\vec{b}=۱۲$ باشد . مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۲۵	خرداد ۹۸
۲۹۰	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، ثابت کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند اگرو فقط اگر $\vec{a}.\vec{b}=۰$	۱	دی ۹۷
۲۹۱	اگر $\vec{c}=(-۱,۱,۴)$ و $\vec{b}=(۳,-۴,۲)$ و $\vec{a}=(-۱,-۳,۰)$ باشند ، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}+\vec{c}$ را به دست آورید.	۱	دی ۹۷

۲۹۲	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند. اگر $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۲۶$ و $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = ۷۲$ باشد ، مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱/۵	دی ۹۷
۲۹۳	مساحت متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a} = (۱, ۰, ۱)$ و $\vec{b} = (۰, ۱, ۱)$ تولید می شود را به دست آورید.	۱	دی ۹۷

امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.

نظرات و پیشنهادات خود را می توانید در سایت www.math-pilevar.ir ثبت کنید.

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور – میکائیل صدقی

دی ماه ۱۴۰۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

" هندسه ۳ "

پایه دوازدهم رشته ریاضی و فیزیک

آخرین آپدیت : دی ماه ۱۴۰۱

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور – میکائیل صدقی

www.math-pilevar.ir

فصل اول : ماتریس و کاربردها

درس اول : ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

ردیف	پاسخ	بارم
۱	الف) ص ۱۲ $m-۲=۰ \quad \Rightarrow \quad m=۲ \qquad n=m=۲$ ب) ص ۲۱ $B=\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۱\\ ۱ & ۳ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۴\end{bmatrix}$ پ) ص ۱۹ و ۲۰ $(B^۲+۲I)=\begin{bmatrix}۵ & ۱ & ۶\\ ۶ & ۱۰ & ۸\\ ۷ & ۷ & ۱۸\end{bmatrix}+۲\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷ & ۱ & ۶\\ ۶ & ۱۲ & ۸\\ ۷ & ۷ & ۲۰\end{bmatrix}$	۲/۲۵
۲	الف : $۲x-۱=۵ \quad \Rightarrow x=۳$ ب : $\begin{cases}m+۱=۰\\ ۲n+۴=۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}m=-۱\\ n=-۲\end{cases} \qquad A+I=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۵\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۰\\ ۰ & ۶\end{bmatrix}$	۲
۳	الف : $A=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & -۳\\ ۴ & ۲ & ۰\\ ۷ & ۵ & ۳\end{bmatrix}$ ب : $B^۲=B\times B=\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۶\\ -۳ & ۷ & ۶\\ -۲ & ۲ & ۷\end{bmatrix}$	۱
۴	$(A-B)^۲=(A-B)(A-B)=A^۲-AB-BA+B^۲ \xrightarrow{AB=BA} A^۲-۲AB+B^۲$	۱
۵	الف) دو (ص۱۲)	۰/۲۵
۶	$A\times B=\begin{bmatrix}۴+۳a & -۸+۲a\\ b-۳ & -۲b-۲\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases}۲a-۸=۰ & \Rightarrow \quad a=۴\\ b-۳=۰ & \Rightarrow \quad b=۳\end{cases}$ (ص۲۱)	۱
۷	(ص ۲۱ و ۲۸) الف) $A=\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۰\\ ۱ & ۴ & ۰\\ ۱ & ۲ & ۶\end{bmatrix}$ ب) $\lvert B\rvert=۳۹$	۱/۲۵
۸	ماتریس	۰/۲۵

گروه ریاضی استان ایلام پیله ور – صدقی

۹	$A=B \longrightarrow \begin{bmatrix} ۲x & ۵ \\ z & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ & ۲x+y \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}$ $\longrightarrow \begin{cases} ۲x=۳ \\ ۲x+y=۵ \\ z=-۲ \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x=\frac{۳}{۲} \\ y=۲ \end{cases} \longrightarrow x+۲y+۳z=\frac{-۱}{۲}$	۱/۲۵
۱۰	قطری	۰/۲۵
۱۱	نادرست	۰/۲۵
۱۲	$A\times B=\begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۳ & -۲b-۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -۸a+۲a=۰ \Rightarrow a=۴ \\ b-۳=۰ \Rightarrow b=۳ \end{cases}$	۱/۵
۱۳	درست	۰/۲۵
۱۴	$\begin{cases} m-۲=۰ \Rightarrow m=۲ \\ n+۱=۰ \Rightarrow n=-۱ \end{cases}$ $AB=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۴ & ۲ & ۲ \\ ۶ & ۰ & -۳ \\ ۹ & -۳ & ۶ \end{bmatrix}$	۱
۱۵	ندارد	۰/۲۵
۱۶	نادرست	۰/۲۵
۱۷	$a_{۳۳}=۲ \ , \quad a_{۳۱}=۳+۱=۴ \ , \ a_{۱۲}=۱-۲=-۱$	۰/۷۵
۱۸	$[۲x \quad ۴x-۲]=[۴ \quad y-۲] \Rightarrow \begin{cases} ۲x=۴ \Rightarrow x=۲ \\ ۴x-۲=y-۲ \Rightarrow y=۸ \end{cases}$	۱
۱۹	$A\times B=\begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۳ & -۲b-۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} ۲a-۸=۰ \Rightarrow ۲a=۸ \Rightarrow a=۴ \\ b-۳=۰ \Rightarrow b=۳ \end{cases}$	۱
۲۰	$m=۱$	۰/۲۵
۲۱	$\begin{cases} x-۱=y+۱ \\ x-۲=۸ \Rightarrow x=۱۰ \ , \quad y=۸ \ , \ z=۳ \Rightarrow x+y+z=۲۱ \\ z+۱=۴ \end{cases}$	۱/۵
۲۲	$[x \quad ۳]\times\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}=۰ \Rightarrow [x-۳ \quad ۱۲]\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}=۰ \Rightarrow ۳x-۲۱=۰ \Rightarrow x=۷$	۱/۲۵
۲۳	$A\times B=\begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ b & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۲ & a \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱۲ & -۴+۲a \\ ۲b-۲ & -b-a \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -۴+۲a=۰ \Rightarrow ۲a=۴ \Rightarrow a=۲ \\ ۲b-۲=۰ \Rightarrow ۲b=۲ \Rightarrow b=۱ \end{cases}$	۱/۲۵
۲۴	نادرست	۰/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل

۲۵	سطری	۰/۲۵
۲۶	اسکالر	۰/۲۵
۲۷	نادرست	۰/۲۵
۲۸	$A^{۷} = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰ & ۲ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ \\ ۰ & -۲ \end{bmatrix} = -۲\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = -۲I$ $A^{۷} = (A^{۲})^{۳}.A = (-۲I)^{۳}.A = -۸I^{۳}A = -۸A = -۸\begin{bmatrix} ۰ & ۲ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix}$	۱/۲۵
۲۹	$A^{۲} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} ۵ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۴a+b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+b=۵ \\ ۴a+b=۵ \end{cases} \Rightarrow a=۰ \, , b=۵$	۱/۲۵
۳۰	۶	۰/۲۵
۳۱	درست	۰/۲۵
۳۲	$A = B \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲} \\ ۲x + y = ۵ \Rightarrow y = ۲ \Rightarrow x + y + z = \frac{۳}{۲} + ۲ + (-۲) = \frac{۳}{۲} \\ z = -۲ \end{cases}$	۱/۲۵
۳۳	$a_{۱۲} = ۱ - ۲(۲) = -۳ \quad , \quad a_{۲۲} = -۲ + ۲ = ۰ \quad , \quad a_{۳۲} = -۳ + ۲ = -۱$ $a_{۱۲} + a_{۲۲} + a_{۳۲} = -۳ + ۰ + (-۱) = -۴$	۱
۳۴	نادرست	۰/۲۵
۳۵	$[۳x - ۶ \quad -۶x + ۱۲] \begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰ \Rightarrow -۳x + ۶ - ۶x + ۱۲ = ۰ \Rightarrow -۹x + ۱۸ = ۰ \Rightarrow x = ۲$	۱/۲۵
۳۶	ندارد.	۰/۲۵
۳۷	الف: نادرست ب : درست	۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور صدقی)

۳۸	$A\times B=\begin{bmatrix}x & y\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴x+۳y & ۳x+۴y\\ ۵ & ۲\end{bmatrix}$ $B\times A=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x & y\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴x+۶ & ۴y-۳\\ ۳x+۸ & ۳y-۴\end{bmatrix}$ $A\times B=B\times A \Rightarrow \begin{cases}۳x+۸=۵ & \Rightarrow x=-۱\\ ۳y-۴=۲ & \Rightarrow y=۲\end{cases}$ $[x \quad ۲ \quad -y]\times\begin{bmatrix}۳\\ ۲\\ -x\end{bmatrix}=[-۱ \quad ۲ \quad -۲]\times\begin{bmatrix}۳\\ ۲\\ ۱\end{bmatrix}=-۳+۴-۲=-۱$	۱/۵
۳۹	اسکالر	۰/۲۵

درس دوم : وارون ماتریس و دترمینان

۴۰	ص ۲۳ و ۳۱ $A^{-۱}=\frac{۱}{-۲}\begin{bmatrix}-۱ & ۱\\ -۱ & ۳\end{bmatrix} \Rightarrow \frac{۱}{۵}A^{-۱}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۱۰} & -\frac{۱}{۱۰}\\ \frac{۱}{۱۰} & -\frac{۳}{۱۰}\end{bmatrix}$ $۵A=\begin{bmatrix}۱۵ & -۵\\ ۵ & -۵\end{bmatrix} \Rightarrow (۵A)^{-۱}=\frac{۱}{-۵۰}\begin{bmatrix}-۵ & ۵\\ -۵ & ۱۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۱۰} & -\frac{۱}{۱۰}\\ \frac{۱}{۱۰} & -\frac{۳}{۱۰}\end{bmatrix}$	۱/۵
۴۱	ص ۱۹ و ۳۱ $(A-۳I)^۲=(A-۳I)(A-۳I)=A^۲-۳AI-۳IA+۹I^۲ \quad \begin{matrix}AI=IA=A\\ I^۲=I\end{matrix} \quad = A^۲-۶A+۹I$	۱
۴۲	ص ۲۸ و ۳۱ $\lvert A\rvert=۲ \quad , \quad \left\lvert -\frac{۱}{۲}A^۴\right\rvert=(-\frac{۱}{۲})^۳\lvert A\rvert^۴=-۲$	۱/۲۵
۴۳	$A-۲I=\begin{bmatrix}۴ & ۱\\ ۰ & ۳\end{bmatrix}-۲\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$ $\lvert A-۲I\rvert=۲ \Rightarrow (A-۲I)^{-۱}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$	۱
۴۴	$\lvert A\rvert=۲ \Rightarrow \left\lvert\lvert A\rvert A\right\rvert=\lvert A\rvert^۳\lvert A\rvert=\lvert A\rvert^۴=۱۶$	۱

۴۵	درست	۰/۲۵
۴۶	$= A^{-1} \times B \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ (ص۲۴)	۱/۲۵
۴۷	درست	۰/۲۵
۴۸	$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad$ و $\quad A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$ $\longrightarrow \quad |AB| = 4(6) - 1(-6) + 5(-6) = 0$	۲
۴۹	$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \ , \ X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \ , \ B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \ X = A^{-1}B = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$	۱/۵
۵۰	$\lvert A\lvert A\rvert\rvert = \lvert 4A\rvert = 4^3\lvert A\rvert = 4^4$	۰/۷۵
۵۱	الف : خیر ، زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. ب : $\lvert A \times B\rvert = 0$ و $A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \\ -8 & 11 & -6 \end{bmatrix}$	۱/۷۵
۵۲	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \lvert A^{-1}\rvert = 8 \quad , \quad A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$	۱
۵۳	$\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad m(m-1) = 2 \quad \Rightarrow \quad m = -1 \quad , \ m = 2$	۱/۲۵
۵۴	۸	۰/۲۵
۵۵	$\lvert 2A\rvert = (\lvert A\rvert^2 + 4) \quad \Rightarrow \ (\lvert A\rvert - 2)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \lvert A\rvert = 2 \quad , \ \lvert A^{-1}\rvert = \frac{1}{\lvert A\rvert} = \frac{1}{2}$	۱/۵
۵۶	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3+8}\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad x = 1 \quad , \quad y = -1$	۱
۵۷	$\lvert A\rvert = (4 - 9 - 4) - (-4 - 12 + 3) = -9 + 13 = 4 \quad , \quad \lvert B\rvert = -6$ $\lvert A \times B\rvert + \lvert 2I_3\rvert = \lvert A\rvert \times \lvert B\rvert + 8\lvert I\rvert = -24 + 8 = -16$	۱/۲۵

۵۸	$A=\begin{bmatrix}۳ & -۵\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$, $\lvert A\rvert = ۳+۱۰=۱۳ \Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix}۱ & ۵\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-۱\\ ۸\end{bmatrix}$ $X=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=A^{-۱}\times B=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix}۱ & ۵\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-۱\\ ۸\end{bmatrix}=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix}-۱+۴۰\\ ۲+۲۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix}\Rightarrow x=۳\ ,y=۲$	۱/۵
۵۹	$\frac{۵}{۸}$	۰/۲۵
۶۰	$\lvert A\rvert = ۲\begin{vmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۴\end{vmatrix}=۲\times ۱۰=۲۰$ $\lvert B\rvert = ۳\begin{vmatrix}-۱ & ۰\\ ۳ & ۲\end{vmatrix}=۳\times(-۲)=-۶ \Rightarrow \lvert B^{۲}\rvert=\lvert B\rvert^{۲}=۳۶$ $\lvert A\rvert+\lvert B^{۲}\rvert=۲۰+۳۶=۵۶$	۱/۵
۶۱	$A=\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸ & ۴\\ ۲ & ۹\end{bmatrix}$ $A^{۲}=mA+۲I_{۲}=m\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}+۲\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۴m\\ ۲m & m\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n & ۰\\ ۰ & n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}n & ۴m\\ ۲m & m+n\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}n=۸\\ m=۱\end{cases}$	۲
۶۲	نادرست	۰/۲۵
۶۳	الف : $\begin{vmatrix}۱ & -۲\\ m & ۶\end{vmatrix}=۰ \Rightarrow ۶+۲m=۰ \Rightarrow m=-۳$ ب : $A^{-۱}=\frac{۱}{۱۰}\begin{bmatrix}۶ & ۲\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\frac{۱}{۱۰}\begin{bmatrix}۶ & ۲\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۳\\ -۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱\\ -۱\end{bmatrix}\Rightarrow x=۱\ ,y=-۱$	۲
۶۴	$\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۲\\ -۴ & ۴ & ۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۲\\ -۴ & ۴ & ۵\end{bmatrix}\Rightarrow \lvert A\rvert=(-۱۰+۰+۰)-(۰+۰-۸)=-۲$ $\lvert\lvert A\rvert A\rvert=\lvert -۲A\rvert=(-۲)^{۳}\lvert A\rvert=-۸\times(-۲)=۱۶$	۰/۷۵
۶۵	دستگاه مورد انتظار به صورت زیر است. $\begin{cases}۳x-۵y=۱\\ ۴x+۲y=۱۰\end{cases}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۳ & -۵\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow \lvert A\rvert=۳\times۲-(-۵)۴=۲۶$ $A^{-۱}=\frac{۱}{۲۶}\begin{bmatrix}۲ & ۵\\ -۴ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\ ۱۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\ ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}\Rightarrow x=۲\ ,\ y=۱$	۱/۵
۶۶	-۶	۰/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل

۶۷	الف : گیریم که $\|A\| = d$ باشد ، در این صورت : $d = ۵d - ۲۴ \Rightarrow d = ۶$ ب : $A^{-۱} = \frac{۱}{۶}\begin{bmatrix} ۵ & -۸ \\ -۳ & ۶ \end{bmatrix}$	۱/۲۵
۶۸	$\begin{bmatrix} ۱ & x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲+x & ۴+۲x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۴+۲x+۴+۲x = ۰ \Rightarrow x = -۲$	۱/۲۵
۶۹	$\frac{۲m}{۲} \neq \frac{۳}{-۱} \Rightarrow m \neq -۳$ $A = \begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \|A\| = -۱۰ \neq ۰ \quad , \quad A^{-۱} = \frac{۱}{-۱۰}\begin{bmatrix} -۱ & -۳ \\ -۲ & ۴ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{۱}{-۱۰}\begin{bmatrix} -۱ & -۳ \\ -۲ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow x = ۱ \quad , \quad y = -۱$	۲
۷۰	درست	۰/۲۵
۷۱	$\begin{cases} m-۲ = ۰ \\ n+۱ = ۰ \end{cases} \Rightarrow m = ۲ \ , n = -۱$ $A = \begin{bmatrix} ۲ & m-۲ \\ n+۱ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \|A\| = ۲$ $B = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ m & ۰ & n \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \|B\| = ۲(-۱) - ۱(۷) + ۱(-۲) = -۱۱$ $\|A\| + \|B\| = ۲ + (-۱۱) = -۹$	۱/۷۵
۷۲	-۸	۰/۲۵
۷۳	$BA = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۰ & ۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & ۴ & ۱ \\ -۱ & ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & ۱ & -۱ \\ -۱ & ۳ & ۲ \\ ۱ & ۱۷ & ۸ \end{bmatrix}$ $\|BA\| = ۳(-۱)^{۱+۱} \times \begin{vmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱۷ & ۸ \end{vmatrix} + ۱(-۱)^{۱+۲} \times \begin{vmatrix} -۱ & ۲ \\ ۱ & ۸ \end{vmatrix} + ۱(-۱)^{۱+۳} \times \begin{vmatrix} -۱ & ۳ \\ ۱ & ۱۷ \end{vmatrix}$ $\|BA\| = ۳(-۱۰) - ۱(-۱۰) - ۱(-۲۰) = -۳۰ + ۱۰ + ۲۰ = ۰$	۱/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۷۴	$A=\begin{bmatrix}۳ & -۵\\ ۲ & ۱\end{bmatrix} \Rightarrow \lvert A\rvert = ۱۳ \neq ۰ \quad , \quad A^{-۱}=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix}۱ & ۵\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix}۱ & ۵\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱\\ ۸\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix} \Rightarrow x=۳ \quad , \quad y=۲$	۱/۲۵
۷۵	-۳۰	۰/۲۵
۷۶	$A\times B=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۲\\ ۱ & ۳ & ۱\\ ۲ & ۱ & ۸\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۰\\ -۱ & ۳ & ۲\\ ۲ & ۰ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۳ & ۱۲\\ ۱ & ۱۰ & ۱۱\\ ۱۹ & ۵ & ۴۲\end{bmatrix}$ $\lvert B\rvert = ۲(-۱)^{۱+۱}\times\begin{vmatrix}۳ & ۲\\ ۰ & ۵\end{vmatrix}+۱(-۱)^{۱+۲}\times\begin{vmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & ۵\end{vmatrix}+۰(-۱)^{۱+۳}\times\begin{vmatrix}-۱ & ۳\\ ۲ & ۰\end{vmatrix}$ $=۲(۱۵)-۱(-۹)+۰(-۶)=۳۹$	۲
۷۷	نادرست	۰/۲۵
۷۸	$\lvert A\rvert = ۰ \Rightarrow ۲m-۴=۰ \Rightarrow m=۲$	۰/۷۵
۷۹	$A=\begin{bmatrix}۳ & -۴\\ -۱ & ۲\end{bmatrix} \Rightarrow \lvert A\rvert = ۲ \neq ۰ \quad , \quad A^{-۱}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ ۱ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۲}{۲} & \frac{۴}{۲}\\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲}\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\ ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix} \Rightarrow x=۳ \quad , \quad y=۲$	۱/۵
۸۰	درایه های روی قطر اصلی	۰/۲۵
۸۱	$\left\lvert\frac{۱}{\lvert A\rvert}A\right\rvert=\left\lvert\frac{۱}{۲}A\right\rvert=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۳}\lvert A\rvert=\frac{۱}{۲}\times ۲=\frac{۱}{۴}$	۱
۸۲	نادرست	۰/۲۵

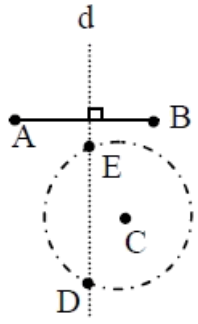
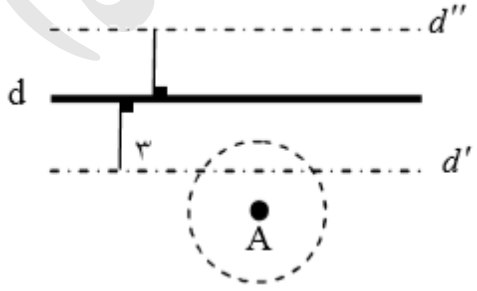
گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

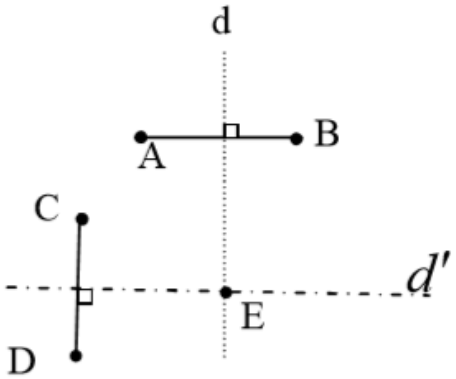
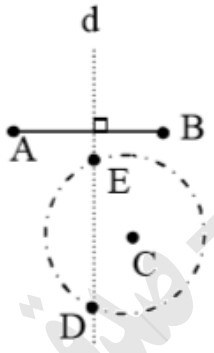
۸۳	$A=\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۱ & -۱\end{bmatrix} \Rightarrow \lvert A\rvert=-۵\neq ۰ \quad , \quad A^{-۱}=\frac{۱}{-۵}\begin{bmatrix}-۱ & -۲\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۵} & \frac{۲}{۵}\\ \frac{۱}{۵} & -\frac{۳}{۵}\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۵} & \frac{۲}{۵}\\ \frac{۱}{۵} & -\frac{۳}{۵}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴\\ ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix} \Rightarrow x=۲ \quad , \quad y=-۱$	۱/۵
۸۴	$\lvert A\rvert=۲(۴-۳)=۲ \quad \Rightarrow \quad \lvert A^{۳}\rvert=\lvert A\rvert^{۳}=۸$	۱
۸۵	غیر صفر	۰/۲۵
۸۶	$\frac{m}{۴}=\frac{۳}{m+۴}\neq\frac{-۳}{۲} \quad \Rightarrow m(m+۴)-۱۲=۰ \quad \Rightarrow \quad m=-۶ \quad , \quad m=۲$	۱/۲۵
۸۷	$\lvert\lvert A\rvert.A\rvert=\lvert-۲.A\rvert=(-۲)^{۳}\lvert A\rvert=-۸(-۲)=۱۶$	۰/۷۵
۸۸	$\begin{vmatrix}m-۲ & ۳\\ ۴ & m+۱\end{vmatrix}\neq ۰ \quad \Rightarrow (m-۳)(m+۱)-۱۲\neq ۰ \quad \Rightarrow m\neq ۵ \quad , m\neq -۳$ $m\in R-\{۵,-۳\}$	۱

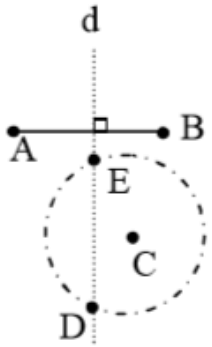
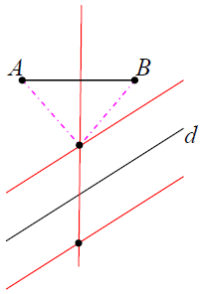
فصل دوم : آشنایی با مقاطع مخروطی

درس اول : آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی

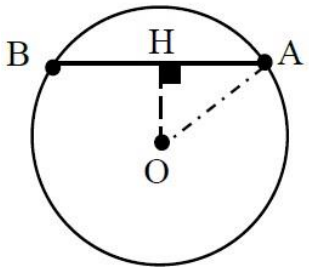
۸۹	نادرست (ص ۳۹)	۰/۲۵
۹۰	الف : بیضی ب : درست	۰/۵
۹۱	مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند عمود منصف پاره AB است این خط را رسم می کنیم و I می نامیم . (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط d',d'' می باشد که موازی d هستند . (۰/۲۵)محل برخورد دو خط d',d'' با خط I جواب مساله است. الف : اگر خط I دو خط d',d'' را قطع کند مسله دو جواب دارد . (۰/۲۵) ب : اگر خط I بر یکی از دو خط d' یا d'' منطبق باشد مسله بی شمار جواب دارد . (۰/۲۵) پ : اگر خط I هیچ یک از دو خط d',d'' را قطع نکند مسله جواب ندارد . (۰/۲۵) رسم یک مورد شکل برای مساله الزامی است. (۰/۲۵)	۱/۵

۹۲	درست (ص۳۵)	۰/۲۵
۹۳	(ص۳۹) مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است ، بنابراین نقطه برخورد خط عمودمنصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط D و E) الف) اگر خط عمودمنصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد. ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد. پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد.  رسم شکل	۱/۵
۹۴	درست	۰/۲۵
۹۵	مشترک	۰/۲۵
۹۶	مشترک	۰/۲۵
۹۷	نادرست	۰/۲۵
۹۸	خط	۰/۲۵
۹۹	نادرست	۰/۲۵
۱۰۰	مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ی ۲ سانتی متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر است این دایره را رسم می کنیم . نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد و دو خط d' و d'' در طرفین خط d و به موازات d است این دو خط را رسم می کنیم . محل برخورد دو خط d' یا d'' با دایره مطابق شکل جواب مسئله است. اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند مسئله دو جواب دارد. اگر یکی از دو خط d' یا d'' بر دایره مماس باشد مساله یک جواب دارد. اگر هیچ یک از دو خط d' یا d'' دایره را قطع نکند مساله جواب ندارد.  	۱/۵
۱۰۱	الف : درست ب: درست	۰/۵

۱۰۲	نقطه	۰/۲۵
۱۰۳	درست	۰/۲۵
۱۰۴	درست	۰/۲۵
۱۰۵	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند. عمو منصف پاره خط AB است. این خط را d می نامیم ، مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه ی D و C به یک فاصله باشد. عمومنصف پاره خط CD است. این خط را d' می نامیم . بنابراین نقطه برخورد خطوط d و d' جواب مسئله است.(نقطه E) اگر خطوط dو d' متقاطع باشند مسئله یک جواب دارد. اگر خطوط dو d' منطبق باشند مسئله بیشمار جواب دارد. اگر خطوط dو d' موازی باشند مسئله جواب ندارد. 	۱/۵
۱۰۶	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند. عمو منصف پاره خط AB و مکان هندسی نقاطی که از نقطه ی C به فاصله ی ۳ واحد است ، دایره ای به مرکز C و شعاع ۳ است . بنابراین نقطه ی برخورد خط عمومنصف d و دایره جواب مسئله است که در شکل مقابل نقاط D و E می باشند. حال اگر خط عمودمنصف d و دایره یکدیگر را دردو نقطه قطع کنند ، مسئله دو جواب دارد. اگر مماس شوند ، مسئله یک جواب دارد. اگر یکدیگر را قطع نکنند، مسئله جواب ندارد. 	۱/۵
۱۰۷	درست	۰/۲۵

۱۰۸	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند. عمو منصف پاره خط AB و مکان هندسی نقاطی که از نقطه ی C به فاصله ی ۳ واحد است ، دایره ای به مرکز C و شعاع ۳ است . بنابراین نقطه ی برخورد خط عمومنصف d و دایره جواب مسئله است که در شکل مقابل نقاط D و E می باشند.محل برخورد دایره با خط d جواب مسئله است.  حال اگر خط عمودمنصف d و دایره یکدیگر را دردو نقطه قطع کنند ، مسئله دو جواب دارد. اگر مماس شوند ، مسئله یک جواب دارد. اگر یکدیگر را قطع نکنند، مسئله جواب ندارد.	۱/۵
۱۰۹	بیضی	۰/۲۵
۱۱۰	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند. عمو منصف پاره خط AB و مکان هندسی نقاطی که از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد ، دو خط موازی d به فاصله ی ۳ سانتی متر در دو طرف آن هستند. بنابراین نقطه ی برخورد خط l (عمودمنصف AB)و دو خط موازی d' و d'' خطوط موازی d جواب مسئله است.  اگر l یکی از دو خط d' و d'' را قطع کند دیگری راهم قطع کند مسئله دو جواب دارد. اگر l با دو خط d' و d'' موازی باشد، مسئله جواب ندارد. اگر l بر یکی از دو خط d' و d'' منطبق باشد، مسئله بیشمارجواب دارد.	۱/۵
۱۱۱	درست	۰/۲۵
۱۱۲	ویژگی مشترک	۰/۲۵
۱۱۳	درست	۰/۲۵
	درس دوم : دایره	
۱۱۴	۵ (ص ۳۹)	۰/۲۵

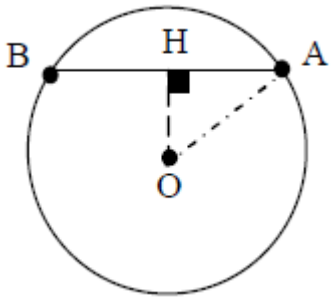
گروه ریاضی استاد امیل (پیله ور – صدقی)

۱۱۵	(ص ۴۳) از مرکز دایره بر وتر عمود می‌کنیم عمود OH وتر AB را نصف می‌کند .  $AH = \frac{۱}{۲}AB = ۳$ $OH = \frac{\lvert ۳(۲) - ۴(-۱) + ۱۰\rvert}{\sqrt{۹ + ۱۶}} = ۴$ $OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \quad \Rightarrow \quad r^۲ = (۴)^۲ + (۳)^۲ = ۲۵ \quad , \quad (x-۲)^۲ + (y+۱)^۲ = ۲۵$	۱/۲۵
۱۱۶	ص ۴۱ $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰ \quad \Rightarrow \quad \left(x^۲ + ax + \frac{a^۲}{۴}\right) + \left(y^۲ + by + \frac{b^۲}{۴}\right) = -c + \frac{a^۲}{۴} + \frac{b^۲}{۴}$ $\left(x + \frac{a}{۲}\right)^۲ + \left(y + \frac{b}{۲}\right)^۲ = \frac{a^۲ + b^۲ - ۴c}{۴} \quad \Rightarrow \quad r^۲ = \frac{a^۲ + b^۲ - ۴c}{۴} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c}}{۲}$	۱
۱۱۷	الف : $a^۲ + b^۲ > ۴c \quad \Rightarrow \quad ۱۶ + ۳۶ > ۴a \quad \Rightarrow \quad a < ۱۳$ ب : $(x-۱)^۲ + (y-۱)^۲ = ۴ \ , \ O = (۱,۱) , r = ۲ \ , d = \frac{\lvert ۱+۱-۱\rvert}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \qquad d < r$ خط و دایره در دو نقطه متقاطع هستند.	۲
۱۱۸	داخل (ص۴۶)	۰/۲۵
۱۱۹	$d = \frac{\lvert ۳(۱) - ۴(-۱) + ۳\rvert}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = \frac{۱۰}{۵} = ۲ \qquad , \ (x-۱)^۲ + (y+۱)^۲ = ۴$ (ص۴۳)	۱
۱۲۰	$R = OM = \sqrt{(۱-۲)^۲ + (۱-۳)^۲} = \sqrt{۵}$ $(x-۲)^۲ + (y-۳)^۲ = ۵$	۱
۱۲۱	$x^۲ + y^۲ - ۲x - ۲y = ۳ \quad \longrightarrow \quad (x-۱)^۲ + (y-۱)^۲ = ۵ \quad \longrightarrow \quad O = (۱,۱)$ $m_{OA} = \frac{۳-۱}{۲-۱} = ۲$ شیب خط مماس $m' = \frac{۱}{m} = \frac{-۱}{۲}$ برابر است : $y - ۲ = \frac{-۱}{۲}(x-۳)$	۱/۵
۱۲۲	نادرست	۰/۲۵

گروه ریاضی استان ایلام (پیله ور – صدقی)

۱۲۳ (۱/۵)

از مرکز دایره بر وتر عمود می کنیم عمود OH وتر AB را نصف می کند.



$$OH = \frac{|۰ + ۱ - ۲|}{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Delta(AOH):\ OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \xrightarrow{OA=R} R^۲ = \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ + \left(\sqrt{۲}\right)^۲ = \frac{۱۰}{۴}$$

$$(x - ۰)^۲ + (y - ۱)^۲ = \frac{۱۰}{۴}$$

۱۲۴ (۱)

مرکز دایره برابر است با $O(۱\ ,۱)$ شیب خط عمود بر دایره در نقطه $A(۲\ ,۳)$ برابر است با : $m_{AO} = \frac{۳-۱}{۲-۱} = ۲$

شیب خط مماس بر دایره در نقطه $A(۲\ ,۳)$ قرینه و برعکس شیب خط عمود است $m' = -\frac{۱}{m_{OA}} = -\frac{۱}{۲}$

معادله خط مماس بر دایره برابر است با : $y - ۳ = \frac{-۱}{۲}(x - ۲)$

۱۲۵ (۱)

فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره برابر است با :

$$r = \frac{|۳(۲) + ۴(۱) + ۵|}{\sqrt{۴^۲ + ۳^۲}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$

$$(x - ۲)^۲ + (y - ۱)^۲ = ۹$$

۱۲۶ (۱/۵)

$$x^۲ + y^۲ - ۶x - ۲y + ۹ = ۰ \quad \Rightarrow \quad (x - ۳)^۲ + (y - ۱)^۲ = ۱ \quad \Rightarrow \quad O' = (۳,۱)\ ,\ r' = ۱$$

$$d > r + r' = ۲ \quad ,\quad d = OO' = \sqrt{۳^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۱۰}$$

دو دایره بیرون یکدیگرند (متخارجند)

۱۲۷ (۱/۲۵)

$$\begin{cases} x + y = ۱ \\ x - y = ۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ y = -۱ \end{cases} \quad ,\quad r = \frac{|۴(۲) + ۳(-۱) + ۵|}{\sqrt{۴^۲ + ۳^۲}} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

مرکز دایره $O(۲,-۱)$ و شعاع آن برابر $r = ۲$ است. معادله دایره برابر با : $(x - ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۴$ است.

۱۲۸ (۲)

مرکز و شعاع دایره $(x - ۱)^۲ + y^۲ = ۱$ برابر است با : $r = ۱$ و $O(۱,۰)$

مرکز و شعاع دایره $x^۲ + (y - ۱)^۲ = ۱$ برابر است با : $r' = ۱$ و $O'(۰,۱)$

فاصله دو مرکز برابر $OO' = \sqrt{۲}$ و $r + r' = ۲$, $r - r' = ۰$

$|r - r'| < OO' < r + r'$ بنابراین دو دایره متقاطع اند.

۱۲۹	$x^۲+y^۲-۸x+۴y+۱۶=۰ \Rightarrow (x^۲-۸x+۱۶)+(y^۲+۴y+۴)=-۱۶+۱۶+۴ \Rightarrow$ $(x-۴)^۲+(y+۲)^۲=۴ \Rightarrow O'(۴,۲)\ ,\ r'=۲$ $OO'=\sqrt{۴^۲+۳^۲}=۵$ طول خط المرکزین $\lvert r-r'\rvert=OO' \Rightarrow \lvert r-۲\rvert=۵ \Rightarrow r=۷$ ق ق ، $r=-۳$ غ ق ق معادله دایره مماس می شود و معادله دایره مطلوب $(x-۰)^۲+(y-۱)^۲=۴۹$	۲
۱۳۰	$x^۲+y^۲-۲x+۴y+۳=۰ \Rightarrow x^۲-۲x+y^۲+۴y=-۳ \Rightarrow$ $(x^۲-۲x+۱)+(y^۲+۴y+۴)=-۳+۱+۴ \Rightarrow (x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۲$ $\Rightarrow O(۱,-۲)\ ,\ r=\sqrt{۲}$ $D=\frac{\lvert ۱(۱)+(-۱)(-۲)+(-۱)\rvert}{\sqrt{۱^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}$ چون $D=r$ پس خط بر دایره مماس است.	۱/۲۵
۱۳۱	$r=\frac{\lvert ۴(۳)+۳(۱)+۵\rvert}{\sqrt{۴^۲+۳^۲}}=\frac{۲۰}{۵}=۴ \Rightarrow (x-۳)^۲+(y-۱)^۲=۱۶$	۱/۲۵
۱۳۲	نادرست	۰/۲۵
۱۳۳	$x^۲+y^۲-۲x=۴ \Rightarrow \begin{cases} O\left(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲}\right)=(-۱,۰) \\ r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۰+۱۶}=\sqrt{۵} \end{cases}$ $x^۲+y^۲=۴ \Rightarrow O'(۰,۰)\ ,\ r'=۲$ $d=OO'=\sqrt{(-۱-۰)^۲+(۰-۰)^۲}=۱$ طول خط المرکزین فاصله دو مرکز برابر $OO'=۱$ و $r+r'=\sqrt{۵}+۲$ ، $r-r'=\sqrt{۵}-۲$ $\sqrt{۵}-۲<۱<\sqrt{۵}+۲ \Rightarrow \lvert r-r'\rvert<OO'<r+r'$ بنابراین دو دایره متقاطع اند.	۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۱۳۴ — ۱/۵

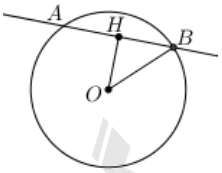
$BH = \frac{AB}{۲} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}$

فاصله مرکز دایره تا خط $x + y = ۲$ برابر است با :

$OH = \frac{|۱(۱)+۱(۱)-۲|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

$\Delta(OBH)$: $OB^۲ = OH^۲ + BH^۲ \xrightarrow{OB=R} R^۲ = \left(\frac{۱}{\sqrt{۲}}\right)^۲ + \left(\sqrt{۲}\right)^۲ = \frac{۵}{۲}$

$(x - ۰)^۲ + (y - ۱)^۲ = \frac{۵}{۲}$



۱۳۵ — ۱

$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۲y = ۰ \quad \Rightarrow \quad O(۱,-۱) \ , \ r = \sqrt{۲}$

$OA = ۱ \quad \Rightarrow \quad OA < R$ نقطه داده شده داخل دایره است.

۱۳۶ — ۱/۲۵

$OH = \frac{|۲(-۱) + ۱(-۱) - ۲|}{\sqrt{۲^۲ + ۱^۲}} = \frac{۵}{\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$

$\Delta(AOH)$: $OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \xrightarrow{OA=R} R^۲ = \left(\sqrt{۵}\right)^۲ + (۲)^۲ = ۹ \Rightarrow R = ۳$

$(x + ۱)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۹$

۱۳۷ — ۱/۲۵

$(x - ۲)^۲ + (y + ۲)^۲ = ۱ \quad \Rightarrow \quad O(۲,۲) \ , \ r = ۱$

$d = \frac{|۳(۲)+ ۲|}{\sqrt{۳^۲+۱^۲}} = \frac{۸}{\sqrt{۱۰}} \ , d > r$ خط و دایره نقطه ی برخورد ندارند.

۱۳۸ — ۱/۲۵

$(x + ۱)^۲ + (y - ۲)^۲ = ۹ \quad \Rightarrow \quad O'(-۱,۲) \ , \ r' = ۳$

$d = OO' = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵ \xrightarrow{d=r+r'} r + r' = ۵ \xrightarrow{r'=۳} r = ۲$

$(x - ۲)^۲ + (y + ۲)^۲ = ۴$ معادله دایره مطلوب

۱۳۹ — ۰/۲۵ نادرست

۱۴۰ — ۱/۲۵

$x^۲ + y^۲ = ۲ \quad \Rightarrow \quad O(۰,۰) \ , \quad r = \sqrt{۲}$

$d = \frac{|۱(۰)+۱(۰)-۲|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}} = \sqrt{۲} \quad \Rightarrow \quad r = d$ خط بر دایره مماس است

۱۴۱ — ۱

$d = OM = \sqrt{(۱ + ۲)^۲ + (-۱ - ۳)^۲} = ۵$

$(x + ۲)^۲ + (y - ۳)^۲ = ۲۵$ معادله دایره مطلوب

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۱۴۲ (۱/۵)

$x^۲+y^۲-۶x-۲y+۹=۰ \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} O\left(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲}\right)=(۳,۱) \\ r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶+۴-۳۶}=۱ \end{cases}$

$x^۲+y^۲=۱ \quad \Rightarrow \quad O'(۰,۰) \ , \ r'=۱$

$d=OO'=\sqrt{(۳-۰)^۲+(۱-۰)^۲}=\sqrt{۱۰}$ چون $d>r+r'$ لذا دو دایره متخارج هستند.

۱۴۳ (۱)

$x^۲+y^۲-۲x-۲y=۳ \ \Rightarrow \ O(۱,۱), \quad m_{om}=\frac{۳-۱}{۲-۱}=۲ \ \Rightarrow \ m'=-\frac{۱}{۲}$

$y-۳=-\frac{۱}{۲}(x-۲)$ معادله خط مماس

۱۴۴ (۱/۵)

$\begin{cases} x+y=۱ \\ x-y=۳ \end{cases} \Rightarrow x=۲, y=-۱ \quad \Rightarrow O(۲,-۱)$

$R=\frac{|۴(۲)+۳(-۱)+۵|}{\sqrt{۴^۲+۳^۲}}=۲$

$(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۴$ معادله دایره مطلوب

۱۴۵ (۱/۷۵)

$O(۰,۰) \ , \ r=۲ \ , \ O'(۱,۰) \ , \ r'=\sqrt{۵}$

$OO'=\sqrt{۱^۲+۰^۲}=۱$ طول خط المرکزین

فاصله دو مرکز برابر $OO'=۱$ و $r+r'=\sqrt{۵}+۲ \ , \ r-r'=\sqrt{۵}-۲$

$\sqrt{۵}-۲<۱<\sqrt{۵}+۲ \ \Rightarrow \ |r-r'|<OO'<r+r'$ بنابراین دو دایره متقاطع اند.

۱۴۶ (۱)

$a^۲+b^۲-۴c>۰ \ \Rightarrow \ ۹+۲۵-۴a>۰ \ \Rightarrow ۴a<۳۴ \ \Rightarrow a<\frac{۱۷}{۴}$

۱۴۷ (۱/۵)

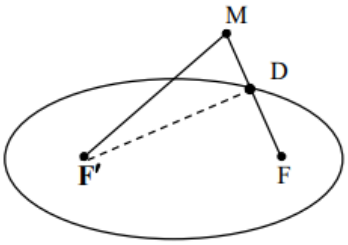
$O=\begin{cases} \frac{۴+(-۲)}{۲}=۱ \\ \frac{-۱+۱}{۲}=۰ \end{cases} \Rightarrow O(۱,۰)$

$r=\frac{AB}{۲}=\frac{\sqrt{۶^۲+۲^۲}}{۲}=\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۲}=\sqrt{۱۰}$

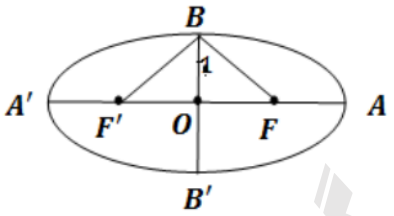
$(x-۱)^۲+(y-۰)^۲=۱۰$ معادله دایره مطلوب

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور– صدقی)

درس سوم : بیضی و سهمی

۱۴۸	ص ۴۸ $PF + PF' = ۲a \quad \Rightarrow \quad \sqrt{۹ + m^۲} + \sqrt{۹ + m^۲} = ۱۰ \quad \Rightarrow \quad m = \pm ۴$	۱/۲۵
۱۴۹	نقطه D روی بیضی قرار دارد ، بنا به تعریف بیضی : $DF + DF' = ۲a$ در مثلث قائم الزاویه DFF' بنا به قضیه فیثاغورث داریم : $DF^۲ + FF'^۲ = DF'^۲ \quad \Rightarrow \quad DF^۲ + (۲c)^۲ = (۲a - DF)^۲$ $DF = \frac{a^۲ - c^۲}{a} \xrightarrow{a^۲-c^۲=b^۲} DF = \frac{b^۲}{a}$	۱/۲۵
۱۵۰	از نقطه M به کانون های بیضی وصل می کنیم تا بیضی را در نقطه D قطع کند ، نقطه D روی بیضی قراردارد بنا به تعریف بیضی : $DF + DF' = ۲a$ بنا به نامساوی مثلثی در مثلث MDF' داریم: $MD + MF' > DF' \xrightarrow{DF} DF + MD + MF' > DF + DF' \Rightarrow MF + MF' > ۲a$ ص ۴۷ 	۱/۲۵
۱۵۱	$\frac{c}{a} = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{a=۸} c = ۶ \Rightarrow AF = a - c = ۲$	۰/۷۵
۱۵۲	دایره (ص۴۹)	۰/۲۵
۱۵۳	پ) نادرست $\alpha = \beta = ۶۵^\circ$ (ص۵۰)	۰/۵
۱۵۴	(ص۴۹) الف) $\begin{cases} ۲a = ۱۰ & \rightarrow \quad a = ۵ \\ ۲b = ۶ & \rightarrow \quad b = ۳ \end{cases} \Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ \quad \Rightarrow \quad c = ۴ \quad \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$ ب) $A(۵,۰) \ , \ A'(-۵,۰) \qquad F(۴,۰) \ , \ F'(-۴,۰) \qquad B(۰,۳) \ , \ B'(۰,-۳)$ پ) رسم بیضی اگر مختصات رئوس و کانونها را روی محور نشان دهد و رسم انجام شود نمره کامل لحاظ شود.	۱/۵
۱۵۵	نادرست	۰/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۱۵۶	خارج	۰/۲۵
۱۵۷	$a=۲b \rightarrow c^۲=a^۲-b^۲=۴b^۲-b^۲=۳b^۲ \rightarrow c=\sqrt{۳}b$ $\tan B_۱=\frac{OF}{OB}=\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{۳}b}{b}=\sqrt{۳} \rightarrow B_۱=۶۰^\circ$ $\longrightarrow F\hat{B}F'=۲\times ۶۰=۱۲۰^\circ$ 	۱/۲۵
۱۵۸	نقطه B روی بیضی است $BF+BF'=۲a$ از طرفی نقطه B روی عمودمنصف پاره خط FF' قرار دارد $BF=BF'$ بنابراین $BF=BF'=a$ در مثلث قائم‌الزاویه OFB داریم: $OB^۲+OF^۲=BF^۲ \longrightarrow b^۲+c^۲=a^۲$	۱/۲۵
۱۵۹	پاره خط	۰/۲۵
۱۶۰	نقطه A, A' روی بیضی قرار دارند بنا به تعریف بیضی داریم $A'F'+A'F=۲a$ و $AF'+AF=۲a$ نتیجه می گیریم : $A'F'+A'F=AF'+AF \Rightarrow A'F'+(A'F'+FF')=AF+(AF+FF') \Rightarrow AF=A'F'$	۱/۲۵
۱۶۱	در مثلث BOF داریم : $\cos\widehat{OBF}=\frac{BO}{BF} \xrightarrow{BF=a\ ,BO=b} \cos\widehat{BBF}=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \widehat{OBF}=۳۰^\circ \Rightarrow \widehat{F'BF}=۲\widehat{OBF}=۶۰^\circ$	۱/۲۵
۱۶۲	دایره	۰/۲۵
۱۶۳	نقطه B روی عمود منصف پاره خط FF' قرار دارد در نتیجه : $BF=BF'$ (۱) فاصله هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر است با قطر بزرگ بیضی : $BF+BF'=۲a \Rightarrow BF=BF'=a$ (۲) بنا به رابطه فیثاغورث در مثلث BOF داریم : $OF^۲+OB^۲=BF^۲ \Rightarrow c^۲+b^۲=a^۲$	۱

گروه ریاضی استان اردبیل پیله ور – صدقی

۱۶۴ (۱/۵)

الف:

$$\begin{cases} ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵ \\ ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳ \end{cases} \xrightarrow{a^۲=b^۲+c^۲} c = ۴$$

در مثلث MFF' میانه وارد بر یک ضلع $MO = \frac{۱}{۲}FF' = ۴$ نصف ضلع روبرو است . در نتیجه مثلث MFF' قائم الزاویه است.

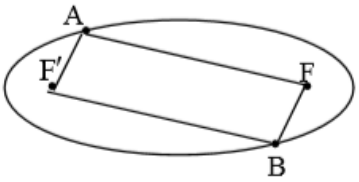
ب :

$$MF + MF' = ۲a = ۱۰ \quad \Rightarrow \quad MF' = ۱۰ - MF$$

$$MF^۲ + MF'^۲ = FF'^۲ \Rightarrow MF^۲ + (۱۰ - MF)^۲ = ۸^۲ \quad \Rightarrow \quad MF = ۵ - \sqrt{۷}$$

۱۶۵ (۱)

نقاط A, B را به کانون های بیضی وصل میکنیم .



نقطه ی A روی بیضی قرار دارد بنا به تعریف بیضی $AF + AF' = ۲a$ (۱)

نقطه B روی بیضی قرار دارد $BF + BF' = ۲a$ (۲)

از (۲) , (۱) و فرض $(AF' = BF)$ نتیجه می شود $AF = BF'$

بنابراین چهارضلعی $AFBF'$ یک متوازی الاضلاع است در متوازی الاضلاع ، ضلع های روبرو موازی اند. $AF \| BF'$

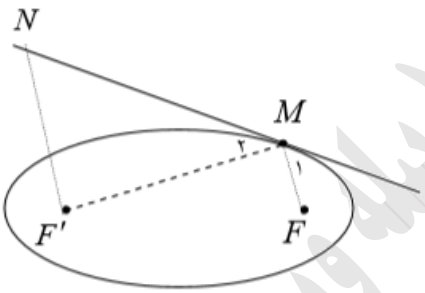
۱۶۶ (۱)

مجموع $MF + MF'$ کمترین مقدار است . بنا به خاصیت کوتاه ترین مسیر ، زاویه های $\widehat{M_۱} = \widehat{M_۲}$

از طرفی چون $MF \| NF'$ و d مورب است ، پس $\widehat{N} = \widehat{M_۱}$

اکنون از این نتیجه می توان نوشت : $\widehat{N} = \widehat{M_۲}$

یعنی مثلث MNF' متساوی الساقین است و لذا : $MF' = NF'$



۱۶۷ (۱/۲۵)

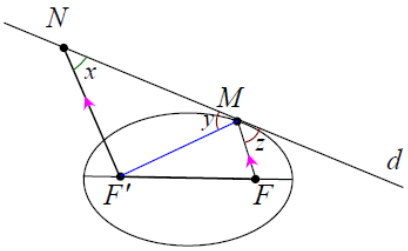
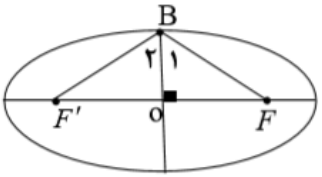
$$\begin{cases} OF = c = ۴ \\ OA = a = ۸ \end{cases} \xrightarrow{a^۲=b^۲+c^۲} ۶۴ = b^۲ + ۱۶ \quad \Rightarrow b^۲ = ۴۸ \Rightarrow \quad b = ۴\sqrt{۳}$$

طول قطر کوچک $BB' = ۲b = ۸\sqrt{۳}$

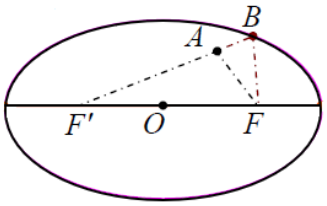
۱۶۸ (۰/۲۵)

$\frac{۱}{۲}$

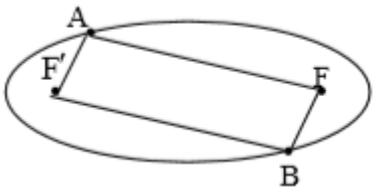
گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۱۶۹	طبق ویژگی خط مماس بربیضی داریم : $\hat{y}=\hat{z}$ و چون $MF \parallel NF'$ پس $\hat{x}=\hat{z}$. لذا $\hat{y}=\hat{x}$ یعنی مثلث $NF'M$ دو زاویه مساوی دارد. در نتیجه متساوی الساقین بوده و $MF'=NF'$ 	۱/۲۵
۱۷۰	خروج از مرکز بیضی $= e=\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{۴}{۵}=\frac{c}{۱۰} \Rightarrow c=۸$ ، قطر بزرگ $= AA'=۲a=۲۰ \Rightarrow a=۱۰$ فاصله ی کانونی $= FF'=۲c=۲\times۸=۱۶$ ، $a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow b^۲=۱۰۰-۶۴=۳۶ \Rightarrow b=۶$ طول قطر کوچک بیضی $= BB'=۲b=۲\times۶=۱۲$	۱/۵
۱۷۱	صفر	۰/۲۵
۱۷۲	$BB'=۲b=۲۴ \Rightarrow b=۱۲$ و $OF=c=۵$ $a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow a^۲=۱۴۴+۲۵=۱۶۹ \Rightarrow a=۱۳$ $e=\frac{c}{a}=\frac{۵}{۱۳}$	۱
۱۷۳	$۲a=\sqrt{۲}(۲b) \Rightarrow a=b\sqrt{۲} \Rightarrow \cos B_۱=\frac{OB}{BF}=\frac{b}{b\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow B_۱=۴۵^\circ$ $\widehat{FBF'}=۲\times۴۵=۹۰$ 	۱/۵
۱۷۴	$OM=OA=a$ و $OF=c$ $OM^۲=OF^۲+MF^۲ \Rightarrow a^۲=MF^۲+c^۲ \Rightarrow MF^۲=a^۲-c^۲$ $\xrightarrow{a^۲=b^۲+c^۲} MF^۲=b^۲ \Rightarrow MF=b$	۱
۱۷۵	نادرست	۰/۲۵
۱۷۶	بیرون	۰/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل پیله ور – صدقی

۱۷۷	$c^۲ = a^۲ - b^۲ = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \quad \Rightarrow c = ۴$ $FF' = ۲c = ۲ \times ۴ = ۸ \quad , \quad MF + MF' = ۲a = ۱۰ \quad \Rightarrow \quad MF' = ۱۰ - MF$ $MF^۲ + MF'^۲ = FF'^۲ \Rightarrow MF^۲ + (۱۰ - MF)^۲ = ۸^۲ \quad \Rightarrow \quad MF = ۵ \pm \sqrt{۷}$	۰/۲۵
۱۷۸	درست	۱/۲۵
۱۷۹	$\begin{cases} ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵ \\ ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳ \end{cases} \xrightarrow{a^۲=b^۲+c^۲} c = ۴ \quad , \quad e = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$	۱/۲۵
۱۸۰	اگر نقطه ی A درون بیضی باشد. در این صورت امتداد AF بیضی را در نقطه ای مانند B قطع می کند . اکنون با توجه به نامساوی مثلث در ABF می توان نوشت: $AF < AB + BF \xrightarrow{+AF'} AF + AF' < AF' + AB + BF$ $\Rightarrow AF + AF' < AF' + AB + BF \quad \Rightarrow \quad AF + AF' < BF + BF'$ $\xrightarrow{BF+BF'=۲a} AF + AF' < ۲a$ 	۱/۵
۱۸۱	$\left.\begin{matrix} AF + AF' = ۲a \\ BF + BF' = ۲a \\ BF = AF' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \quad AF = BF'$ $\left.\begin{matrix} AF = BF' \\ BF = AF' \\ FF' = FF' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta AFF' \equiv \Delta BFF' \Rightarrow \widehat{BFF'} = \widehat{AFF'}$ پس مثلث FMF' دو زاویه مساوی دارد، لذا متساوی الساقین است.	۱/۲۵
۱۸۲	$AA' = \sqrt{(۲-۲)^۲ + (۱۲+۸)^۲} = ۲۰ \xrightarrow{AA'=۲a} ۲a = ۲۰ \Rightarrow a = ۱۰$ $e = \frac{c}{a} \xrightarrow{e=\frac{۳}{۵}} \frac{c}{a} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow{a=۱۰} \frac{c}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \quad \Rightarrow \quad c = ۶ \quad , \quad FF' = ۲c = ۱۲$ فاصله کانونی	۱/۵
۱۸۳	$\frac{c}{a} = \frac{۳}{۵} \quad \Rightarrow \quad c = \frac{۳}{۵}a \quad , b = ۸ \xrightarrow{a^۲=b^۲+c^۲} a^۲ = ۶۴ + \frac{۹}{۲۵}a^۲ \Rightarrow a = ۱۰ , c = ۶$ طول قطر بزرگ ۲۰ و طول قطر کوچک ۱۲ است.	۱/۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

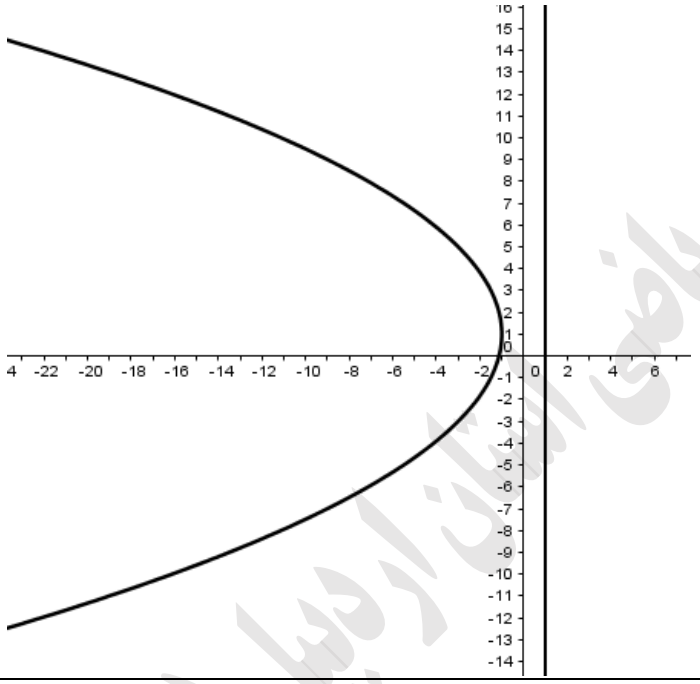
۱۸۴	دو نقطه ی A , B را به کانون های بیضی وصل می کنیم . نقطه ی A روی بیضی قرار دارد .  بنابر تعریف بیضی (۱) $AF + AF' = ۲a$ نقطه ی B روی بیضی قرار دارد بنابر تعریف بیضی (۱) $BF + BF' = ۲a$ (۱), (۲) $\xrightarrow{AF'=BF}$ $AF = BF'$ بنابر این چهارضلعی $AFBF'$ متوازی الاضلاع است و چون در هر متوازی الاضلاع ، ضلع های روبرو موازی اند پس : $AF \parallel BF'$	۱/۲۵
۱۸۵	دایره	۰/۲۵
۱۸۶	$a = ۲b \Rightarrow c^۲ = a^۲ - b^۲ = ۴b^۲ - b^۲ = ۳b^۲ \Rightarrow c = \sqrt{۳}b$ $tanB_۱ = \frac{OF}{OB} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{۳}b}{b} = \sqrt{۳} \Rightarrow B_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow FBF' = ۲ \times ۶۰ = ۱۲۰^\circ$	۱/۵

درس سوم : سهمی

۱۸۷	(ص ۵۸) با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی ، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می‌باشد. مختصات راس سهمی $A(-۱,۲)$ ، در این سهمی $a = AF = ۲$ معادله آن برابر است با : $(y-۲)^۲ = -۸(x+۱)$	۱/۲۵
۱۸۸	ص ۵۸ $\begin{cases} y^۲ + ۷x + ۵ = ۰ \\ x^۲ + y^۲ = ۲۵ \end{cases} \Rightarrow x^۲ + (-۷x - ۵) = ۲۵ \Rightarrow x^۲ - ۷x - ۳۰ = ۰$ $x = -۳ \quad , \quad x = ۱۰$ $\begin{cases} x = -۳ \Rightarrow y^۲ = ۱۶ \Rightarrow y = \pm ۴ \Rightarrow (-۳,۴) \ , \ (-۳,-۴) \\ x = ۱۰ \Rightarrow y^۲ = -۷۵ \quad \text{غ ق ق .} \end{cases}$	۱/۵
۱۸۹	الف : با توجه به جایگاه راس و معادله خط هادی ، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. در این سهمی $a = ۱$ و معادله آن برابر است با : $(y-۳)^۲ = -۴(x-۲)$ ب : مختصات کانون سهمی $F(-a+h, k) = (-۱+۲, ۳)$ پ : مختصات محل برخورد با محور طول ها برابر است با : $\left(-\frac{۱}{۴}, ۰\right)$, $y = ۰ \Rightarrow x = \frac{-۱}{۴}$	۲

۱۹۰	(ص۵۵) الف) معادله متعارف سهمی $(y-۱)^۲ = ۸(x-۱)$ و فاصله کانونی $a = ۲$ ب) رأس سهمی $(۱,۱)$ معادله خط هادی $x = -۱$ و مختصات کانون آن $(۳,۱)$	۱/۵
۱۹۱	(ص۵۸) روش اول: بنا به تعریف سهمی $MF = MT$ مثلث MFT متساوی‌الساقین است. $M\hat{T}F = T\hat{F}M$ (۱) از طرفی بنا به خطوط موازی $FH \parallel MT$ و مورب FT نتیجه می‌شود $M\hat{T}F = T\hat{F}H$ (۲) از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود TF نیمساز است . بنا به قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم: $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=۲FA} \frac{NF}{۲FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times ۲} \frac{NF}{FA} = \frac{۲NT}{TH}$ روش دوم : $FH \parallel MT$ با توجه به قضیه تالس در مثلث NHF : $\left.\begin{matrix}\frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \\ \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \xrightarrow{MT=MF} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{FH=۲FA} \frac{NF}{۲FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times ۲} \frac{NF}{FA} = \frac{۲NT}{TH}$	۱/۲۵
۱۹۲	$y^۲ = ۲x + ۴y \longrightarrow (y-۲)^۲ = ۲(x+۲)$ نوع سهمی افقی رو به راست ، رأس سهمی نقطه $(-۲,۲)$ پارامتر سهمی $a = \frac{۱}{۲}$ مختصات کانون سهمی برابر با $(-\frac{۳}{۲}, ۲)$ معادله خط هادی برابر با $x = \frac{-۵}{۲}$ است و مختصات نقاط برخورد با محور yها برابر است با $(۰,۰)$ و $(۰,۴)$ و محور xها $(۰,۰)$	۲

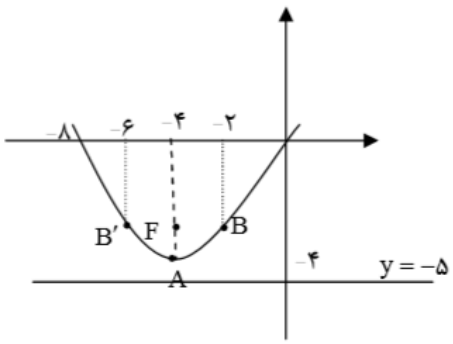
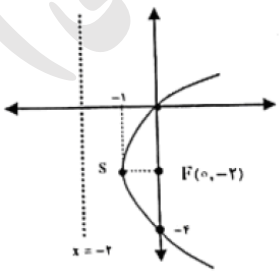
گروه ریاضی استان ایلام (پیله ور – صدقی)

۱۹۳	الف : $y^۲ - ۲y + ۱ = -۸x - ۹ + ۱ \Rightarrow (y-۱)^۲ = -۸(x+۱) \Rightarrow A = (-۱, ۱)$, $a = ۲$ $F(-۳, ۱)$, $x = ۱$ ب : 	۲
۱۹۴	درست	۰/۲۵
۱۹۵	الف : با استفاده از جایگاه راس و خط هادی سهمی قائم در دستگاه مختصات خواهیم داشت : $a = ۴$ دهانه سهمی رو به پایین است و معادله آن برابر است با : $(x-۲)^۲ = -۴(۴)(y-۳)$ ب : مختصات کانون سهمی برابر است با : $F = (۲, -۱)$	۱/۲۵
۱۹۶	اگر قطر دهانه دیش را با $۲b$ و گودی را با h نمایش دهیم . فاصله کانونی برابر $a = \frac{۴b^۲}{۱۶h}$ است. $h = ۹$, $۲b = ۶۰$ با جایگذاری در رابطه فوق داریم : $a = \frac{(۲b)(۲b)}{۱۶h} = \frac{۶۰\times۶۰}{۱۶\times۹} = ۲۵$ (اگر رابطه فوق به صورت $a = \frac{b^۲}{۴h} = \frac{۳۰^۲}{۴(۹)}$ نوشته شود درست است .)	۰/۷۵
۱۹۷	با توجه به جایگاه راس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت: سهمی روبه پایین و $a = ۴$ معادله سهمی $(x-۱)^۲ = -۱۶(y-۲)$ معادله خط هادی $y = ۶$	۱/۲۵

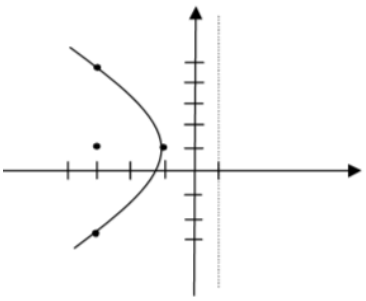
گروه ریاضی البرز ارديل (پیله ور – صدقی)

۱۹۸	با توجه به جایگاه راس و خط هادی ، سهمی قائم و دهانه ی سهمی رو به بالا است و $p = ۳$ فرم استاندارد سهمی به این صورت است: $(x-۴)^۲ = ۱۲(y-۶)$	۱/۲۵
۱۹۹	$y^۲ - ۶y + ۱۶x + ۲۵ = ۰ \Rightarrow y^۲ - ۶y + ۹ = -۱۶x - ۱۶ \Rightarrow (y-۳)^۲ = -۱۶(x+۱)$ سهمی افقی و دهانه ی سهمی به سمت چپ باز می شود و راس سهمی نقطه ی $S(-۱,۳)$ است و $P = ۴$ مختصت کانون آن $F(-۵,۳)$ معادله خط هادی $x = ۳$	۱/۷۵
۲۰۰	نقطه	۰/۲۵
۲۰۱	$x^۲ = ۲y - ۴x \Rightarrow x^۲ + ۴x + ۴ = ۲y + ۴ \Rightarrow (x+۲)^۲ = ۲(y+۲)$ سهمی قائم رو به بالا است و $p = \frac{۱}{۲}$ و $S(-۲,-۲)$ و $F\left(-۲,-\frac{۳}{۲}\right)$, محل برخورد با محور xها : $y = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۲(۰) - ۴x \Rightarrow x = ۰ , x = -۴ \Rightarrow$ $A(۰,۰)$, $B(۰,-۴)$ محل برخورد با محور yها : $x = ۰ \Rightarrow (۰)^۲ = ۲y - ۴(۰) \Rightarrow y = ۰ \Rightarrow C(۰,۰)$	۲
۲۰۲	$y^۲ = ۴(x-۱) \Rightarrow S(۱,۰)$, $F(۲,۰)$, $(x-۲)^۲ + y^۲ = ۹$ $\begin{cases} y^۲ = ۴x - ۴ \\ (x-۲)^۲ + y^۲ = ۹ \end{cases} \Rightarrow (x-۲)^۲ + ۴x - ۴ = ۹ \Rightarrow x^۲ = ۹ \Rightarrow x = \pm ۳$ $M(۳,۲\sqrt{۲})$, $M'(۳,-۲\sqrt{۲})$	۲

گروه ریاضی استان ایلام (پیله ور – صدقی)

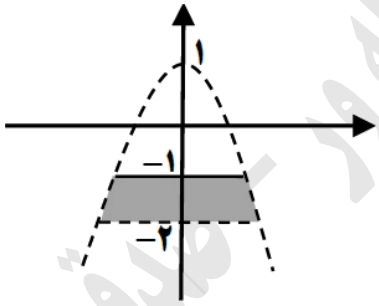
۲۰۳	$x^۲ - ۴y + ۸ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۸x + ۱۶ = ۴y + ۱۶ \Rightarrow (x+۴)^۲ = ۴(y+۴)$ سهمی قائم و رو به بالا است. راس سهمی $S(-۴,-۴)$ و $۴p = ۴ \Rightarrow p = ۱$ و $F(-۴,-۳)$ و خط هادی $y = -۵$ نقاط کمکی $B'(-۶,-۳)$, $y = -۳ \Rightarrow B(-۲,-۳)$ 	۲/۵
۲۰۴	کانون سهمی	۰/۲۵
۲۰۵	$y^۲ = ۴(x-۱) \Rightarrow S(۱,۰)$, $F(۲,۰)$, $(x-۲)^۲ + y^۲ = ۹$ $\begin{cases} y^۲ = ۴x - ۴ \\ (x-۲)^۲ + y^۲ = ۹ \end{cases} \Rightarrow (x-۲)^۲ + ۴x - ۴ = ۹ \Rightarrow x^۲ = ۹ \Rightarrow x = \pm ۳$ $M(۳,۲\sqrt{۲})$, $M'(۳,-۲\sqrt{۲})$	۱/۷۵
۲۰۶	الف : با توجه به جایگاه راس و خط هادی ، دهانه ی سهمی رو به پایین است و $a = ۴$ معادله سهمی به صورت $(x-۲)^۲ = -۱۶(y-۳)$ و $-۴p = -۱۶ \Rightarrow p = ۴$ ب : مختصات کانون سهمی $F(۲,-۱)$	۱/۲۵
۲۰۷	سهمی	۰/۲۵
۲۰۸	$y^۲ = ۴x - ۴y \Rightarrow y^۲ + ۴y = ۴x + ۴ \Rightarrow (y+۲)^۲ = ۴(x+۱)$ سهمی افقی مثبت خط هادی $x = -۲$ کانون سهمی $F(۰,-۲)$ راس سهمی $S(-۱,-۲)$ نقاط کمکی $(۰,۰)$, $(۰,۴)$ 	۲

گروه ریاضی استان ایلام پیله ور – صدقی

۲۰۹	$y^۲ - ۲y + ۸x + ۹ = ۰ \Rightarrow y^۲ - ۲y + ۱ = -۸x - ۸ \Rightarrow (y-۱)^۲ = -۸(x+۱)$ راس سهمی $S(-۱,۱)$ دهانه سهمی به سمت چپ و $p=۲$ معادله خط هادی $x = ۱$ کانون سهمی $F(-۳,۱)$ ب :نقاط کمکی $(-۳,-۳)$, $(-۳,۵)$ 	۲
۲۱۰	با توجه به جایگاه راس و کانون سهمی در دستگاه مختصات معلوم می شود که سهمی قائم رو به پایین می باشد لذا: $p = ۴$ معادله سهمی $(x-۱)^۲ = -۱۶(y-۲)$ معادله خط هادی $y = ۶$	۱/۲۵

فصل سوم : بردارها

درس اول : معرفی فضای $R^۳$

۲۱۱	الف) $z = ۳$ (ص ۶۸) ب) رسم نمودار (به طوری که خط و خط چین مشخص باشد) (ص ۶۳) 	۱/۲۵
۲۱۲	الف : عرض ها یا محور yها (ص ۶۷) ب : درست (ص ۷۵) پ : رسم نمودار (به طوری که نقطه توپر و توخالی مشخص باشد) (ص ۶۳) ت : $\|\vec{a}\| = \sqrt{x^۲ + y^۲ + z^۲} = ۵$	۱/۷۵
۲۱۳	(ص۵۵) رسم نمودار	۰/۵

۲۱۴	الف) $CDFG$ ب) $\begin{cases} ۰\leq x\leq ۲ \\ y=۴ \\ z=۳ \end{cases}$ پ) $D(۲,۴,۳)$ ت) $y=۲$ (ص۶۸)	۱/۵
۲۱۵	نادرست	۰/۲۵
۲۱۶	الف) $A=(۲,۰,۰)$ و $B=(۰,-۳,۴)$ مختصات وسط پاره خط AB برابر است با $M=\left(\frac{۲+۰}{۲},\frac{۰+(-۳)}{۲},\frac{۰+۴}{۲}\right)=(۱,\frac{-۳}{۲},۲)$ $OM=\sqrt{۱+\frac{۹}{۴}+۴}=\sqrt{\frac{۲۹}{۴}}$ ب) $\sqrt{۳^۲+۴^۲+۵^۲}=۵\sqrt{۲}$	۲
۲۱۷	yoz	۰/۲۵
۲۱۸	الف : $A=(۲,۰,۰)$, $B=(۱,۰,۳)$ ب : $AB=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۰-۰)^۲+(۰-۳)^۲}=\sqrt{۱۰}$ پ : $M=\left(\frac{۲+۱}{۲},\frac{۰+۰}{۲},\frac{۰+۳}{۲}\right)=\left(\frac{۳}{۲},۰,\frac{۳}{۲}\right)$	۲
۲۱۹	۶	۰/۲۵
۲۲۰	الف : $b=-۳$ ب : محور z ها پ : نقطه $A=(۰,۲,۳)$ و مختصات وسط AB برابر است با : $(۰$ و ۴ و $-۲)$	۱/۵
۲۲۱	نقاط A , B زیرا در این دو نقطه $z=۱$, $y=۲$ می باشد.	۱
۲۲۲	الف : بردار $\vec{a}$ در ناحیه ۵ واقع است. ب: $۲\vec{a}-\vec{b}=(۲,۲,-۱) \Rightarrow \left\|۲\vec{a}-\vec{b}\right\|=\sqrt{۴+۴+۱}=۳$	۱/۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۲۳	الف : نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x=۰ \\ z=۰ \end{cases}$ در فضای $R^۳$ همان معادله محور yها است. معادله ی $x=۰$ معادله ی صفحه ی yz که شامل محور y ها است. ب : $\vec{a}+۲\vec{b}=(۲,-۱,۳)+۲(۱,۲,۰)=(۴,۳,۳)$ $\lvert\vec{a}+۲\vec{b}\rvert=\sqrt{۴^۲+۳^۲+۳^۲}=\sqrt{۳۴}$	۲
۲۲۴	$\vec{b}=-۶\vec{j}+۸\vec{k}=(۰,-۶,۸)$ $r\vec{b}=-\frac{۱}{۲}(۰,-۶,۸)=(۰,۳,-۴) \Rightarrow \lvert r\vec{b}\rvert=\sqrt{۰^۲+۳^۲+(-۴)^۲}=۵$ $r\vec{a}=-\frac{۱}{۲}(\sqrt{۸},۲,۴)=(-\sqrt{۲},-۱,-۲)$ $r\vec{a}+\vec{b}=(-\sqrt{۲},-۱,-۲)+(۰,-۶,۸)=(-\sqrt{۲},-۷,۶)$	۱/۵
۲۲۵	موازی	۰/۲۵
۲۲۶	هر نقطه روی محور xها ، عرض و ارتفاع آن صفر است . پس این معادله نشان دهنده محور x ها است. معادله ی $y=۰$ یعنی صفحه ی xoz می باشد و محور xها منطبق بر آن است.	۱
۲۲۷	درست	۰/۲۵
۲۲۸	الف : $A(۰,۴,۳)$ ب : $AD:\begin{cases} ۰\le x\le ۲ \\ y=۴ \\ z=۳ \end{cases}$ ، $ADFG:\begin{cases} x=۲ \\ ۰\le y\le ۴ \\ ۰\le z\le ۳ \end{cases}$	۱/۵
۲۲۹	$\lvert AB\rvert=\sqrt{(۳-۳)^۲+(-۲-۱)^۲+(۲-۲)^۲}=۳$ معادلات مربوط به پاره خط AB $x=۳$ ، $-۲\le y\le ۱$ ، $z=۲$	۱/۲۵
۲۳۰	معادلات مربوط به پاره خط AB : $-۱\le x\le ۲$ ، $y=۱$ ، $z=۳$	۰/۵
۲۳۱	$\vec{a}=(۰,۲,-۳)$ $\vec{c}=۲\vec{b}-\vec{a}=۲(۰,۱,-۱)-(۰,۲,-۳)=(۰,۰,۱)$ $\lvert\vec{c}\rvert=\sqrt{۰^۲+۰^۲+۱^۲}=۱$	۰/۷۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۳۲	الف : $z = ۴$ ب : محور yها پ: نقطه $A(۲,۰,۰)$ و مختصات وسط AB برابر است با $(-۱,۳,-\frac{۳}{۲})$	۱/۵
۲۳۳	درست	۰/۲۵
۲۳۴	$\vec{a}-۲\vec{b}=(۲,۰,-۱)-(۲,۴,۲)=(۰,-۴,-۳) \quad \Rightarrow \quad \lvert\vec{a}-۲\vec{b}\rvert=\sqrt{۱۶+۹}=۵$	۱
۲۳۵	$\vec{a}=(۳,۲,-۱)$ $r\vec{b}-\vec{a}=۲\vec{b}-\vec{a}=(۶,۲,-۲)-(۳,۲,-۱)=(۳,۰,-۱)$	۱

درس دوم : ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها

۲۳۶	ص ۷۸ $\cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert} \quad \Rightarrow \quad -\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۲-n}{\sqrt{۲}\times\sqrt{۴+۱+n^۲}} \quad \Rightarrow \quad \frac{n-۲}{\sqrt{n^۲+۵}}=۱$ $n^۲+۵=n^۲-۴n+۴ \quad \Rightarrow \quad n=-\frac{۱}{۴}$	۱/۵
۲۳۷	ص ۸۰ $\vec{a}=r\vec{b}$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b}=\frac{(r\vec{b}).\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b}=\frac{r\lvert\vec{b}\rvert^۲}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b}=r\vec{b}=\vec{a}$	۱/۲۵
۲۳۸	الف) ص ۷۶ $۲\vec{b}=(۲,۰,۲) \quad , \quad \lvert۲\vec{b}-\vec{c}\rvert=\lvert(۲,-۲,۱)\rvert=۳$ ب) ص ۸۱ $\vec{b}+\vec{c}=(۱,۲,۲)$ $S=\lvert\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})\rvert=\lvert(۸,-۵,۱)\rvert=۳\sqrt{۱۰}$	۲
۲۳۹	$\vec{a}\perp\vec{b} \Rightarrow \vec{a}.\vec{b}=۰ \Rightarrow ۲(m+۱)+۳m-۲=۰ \Rightarrow m=۰$	۱

۲۴۰	$\vec{a}.\vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta \Rightarrow ۱۰ = ۳\times ۵\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{۲}{۳}$, $\sin\theta = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$ $\|\vec{a}\times\vec{b}\| = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\sin\theta = ۵\sqrt{۵} \longrightarrow S_{\Delta} = \frac{۱}{۲}\|\vec{a}\times\vec{b}\| = \frac{۵\sqrt{۵}}{۲}$	۲
۲۴۱	روش اول : $(\vec{b}\times\vec{c}) = (۶,۴,-۴)$ $v = \|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\| = \|(۱,۰,۱).(۶,۴,-۴)\| = ۱۰$ روش دوم : $v = \|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\| = \begin{vmatrix} ۱ & ۰ & -۱ \\ ۰ & ۲ & ۲ \\ ۲ & -۳ & ۰ \end{vmatrix} = ۱۰$	۱/۲۵
۲۴۲	صفر (ص۸۴)	۰/۲۵
۲۴۳	نادرست $\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k}$ (ص۷۹)	۰/۵
۲۴۴	الف) (ص۷۸) $\vec{a} = (۲,۳,-۱)$, $\vec{b} = (۱,۰,۱)$ $\vec{a}.\vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta \rightarrow ۱ = \sqrt{۱۴}\sqrt{۲}\cos\theta \rightarrow \cos\theta = \frac{۱}{۲\sqrt{۷}}$ ب) (ص۷۹) $\vec{d} = \vec{b}-\vec{c} = (۱,-۲,۰)$ $\overrightarrow{a'} = \frac{\vec{a}.\vec{d}}{\|\vec{d}\|^{۲}}\vec{d} = \frac{-۴}{۵}(۱,-۲,۰)$	۱/۷۵
۲۴۵	$\|۲\vec{a}\times\vec{b}\| = \|۲\vec{a}\|\|\vec{b}\|\sin ۳۰^{\circ} = ۲(۶)(۴)\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۲۴$ (ص۸۱)	۱
۲۴۶	(ص۸۴) $\overrightarrow{AB} = (۱,۲,۱)$, $\overrightarrow{AC} = (-۳,۲,-۳)$ $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} = (-۸,۰,۸)$ $S_{ABC} = \frac{۱}{۲}\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\| = ۴\sqrt{۲}$	۱/۵
۲۴۷	(ص۷۹) $\vec{a}.\vec{b} = ۰ \leftrightarrow \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta = ۰ \xleftrightarrow{\|\vec{a}\|\neq ۰ ,\|\vec{b}\|\neq ۰} \cos\theta = ۰ \leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{۲}$	۱
۲۴۸	صفر	۰/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۴۹	الف) $\vec{a}.\vec{b} = ۲ + ۱ + ۰ = ۳ \quad \cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert} = \frac{۳}{۳\sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \quad \longrightarrow \quad \theta = ۴۵$ ب) بردار عمود بر دو بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ $\vec{a} \times \vec{b} = (۲,-۱,۲) \times (۱,-۱,۰) = (۲,۲,-۱)$	۲
۲۵۰	$\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert \sin\theta \quad \longrightarrow \quad ۷۲ = ۳(۲۶)\sin\theta \quad \longrightarrow \quad \sin\theta = \frac{۱۲}{۱۳}$ $\cos\theta = \frac{۵}{۱۳} \quad \longrightarrow \quad \vec{a}.\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta = ۳(۲۶)\frac{۵}{۱۳} = ۳۰$	۱/۵
۲۵۱	درست	۰/۲۵
۲۵۲	$\vec{a}.\vec{b} = ۲ \times ۱ + (-۱)(-۱) + ۲ \times ۰ = ۳ \quad , \quad \lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{۱^۲ + (-۱)^۲ + ۰^۲} = \sqrt{۲}$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b} = \frac{۳}{۲}(۱,-۱,۰) = (\frac{۳}{۲},-\frac{۳}{۲},۰)$	۱/۲۵
۲۵۳	$\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert sin\theta \quad \Rightarrow \quad ۷۲ = ۳ \times ۲۶ sin\theta \quad \Rightarrow \quad sin\theta = \frac{۷۲}{۳ \times ۲۶} = \frac{۱۲}{۱۳}$ $cos\theta = \pm\sqrt{۱ - sin^۲\theta} = \pm\sqrt{۱ - \left(\frac{۱۲}{۱۳}\right)^۲} = \pm\frac{۵}{۱۳} \xrightarrow{\theta<۹۰} cos\theta = \frac{۵}{۱۳}$ $\vec{a}.\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert cos\theta = ۳۰$	۱/۲۵
۲۵۴	$\vec{b}.(\vec{a} \times \vec{c}) = ۰ \quad \Rightarrow \quad (۰,m,-۱).(۳,-۳,-۳) = ۰ \quad \Rightarrow \quad -۳m + ۳ = ۰ \quad \Rightarrow m = ۱$	۱
۲۵۵	نادرست	۰/۲۵
۲۵۶	$\vec{b} + \vec{c} = (۲,-۳,۶) \quad , \quad \vec{a}' = \frac{\vec{a}.(\vec{b}+\vec{c})}{\lvert\vec{b}+\vec{c}\rvert^۲}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{۳۵}{۴۹}(۲,-۳,۶)$	۱/۵
۲۵۷	$\lvert\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\rvert^۲ = \lvert\vec{o}\rvert^۲ \quad \Rightarrow \quad \lvert\vec{a}\rvert^۲ + \lvert\vec{b}\rvert^۲ + \lvert\vec{c}\rvert^۲ + (\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = ۰ \quad \Rightarrow$ $۱ + ۴ + ۹ + ۲(\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = ۰ \quad \Rightarrow \quad (\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = -۷$	۱/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل پیله ور – صدقی

۲۵۸	$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{O} \Leftrightarrow \lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=\lvert\vec{O}\rvert \Leftrightarrow \lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert\times sin\theta=۰$ $\xleftrightarrow{\lvert\vec{a}\rvert,\lvert\vec{b}\rvert\neq۰} sin\theta=۰ \Leftrightarrow \theta=۰$ یا $\theta=\pi \Leftrightarrow \vec{a}\parallel\vec{b}$	۱/۲۵
۲۵۹	الف : برداری عمود بر دو بردار $-۲\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با : $-۲\vec{b}\times\vec{c}=(۰ \text{ و } ۲-\text{ و } ۲)\times(۲,۱,-۲)=(۴,۴,۶)$ ب : حجم متوازی السطوح تولید شده سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با : $\lvert(\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c}))\rvert=\lvert(۲,۳,۱).(-۲,-۲,-۳)\rvert=۱۳$	۲
۲۶۰	$\vec{a}.\vec{b}=۰\Rightarrow \lvert\vec{a}\rvert\lvert b\rvert cos\theta=۰ \xrightarrow{\lvert\vec{a}\rvert,\lvert b\rvert\neq۰} cos\theta=۰ \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{۲}$	۱
۲۶۱	$\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b}=\frac{۲+۱+۰}{۱+۱+۰}(۱,-۱,۰)=\frac{۳}{۲}(۱,-۱,۰)$	۱
۲۶۲	$\vec{a}\times\vec{b}=(۳,۲,۱)\times(۲,۰,۱)=(۲,-۱,-۴)$ $S=\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=\sqrt{۴+۱+۱۶}=\sqrt{۲۱}$	۱
۲۶۳	$cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert}=\frac{۳}{۳\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{۴}$ $\vec{a}\times\vec{b}=(۲,-۱,۲)\times(۱,-۱,۰)=(۲,۲,-۱)$	۲
۲۶۴	$\vec{a}.\vec{b}=۰\times۲+۱(-۱)+۱(-۲)=۳$ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{۰^۲+(-۱)^۲+(-۱)^۲}=\sqrt{۲}$ $\lvert\vec{b}\rvert=\sqrt{۲^۲+(-۱)^۲+(-۲)^۲}=\sqrt{۹}=۳$ $cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert}=\frac{۳}{۳\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{۴}$	۱/۲۵
۲۶۵	نادرست	۰/۲۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۶۶

$\vec{a}\|\vec{b} \xrightarrow{\exists r\in R} \vec{b}=r\vec{a} \Rightarrow (b_1,b_2,b_3)=(ra_1,ra_2,ra_3)$

$\vec{a}\times\vec{b}=(ra_1,ra_2,ra_3)\times(b_1,b_2,b_3)=(b_1,b_2,b_3)\times(b_1,b_2,b_3)=(0,0,0)=\vec{O}$

اثبات برعکس این مطلب را می توان به شکل زیر نوشت:

$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{O} \Rightarrow |\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{O}| \Rightarrow |\vec{a}\times\vec{b}|=0$

$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\times|\vec{b}|sin\theta \Rightarrow sin\theta=0 \Rightarrow \theta=0$ یا $\theta=\pi$

لذا $\vec{a}\|\vec{b}$

۱/۲۵

۲۶۷

الف :

$\vec{a}.\vec{b}=-4(1)+3(-1)+(-5)(1)=-12$

$|\vec{b}|=\sqrt{1^2+(-1)^2+(1)^2}=\sqrt{3}$

$\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}=\frac{-12}{3}(1,-1,1)=-4(1,-1,1)=(-4,4,-4)$

ب :بردار حاصل ضرب خارجی دو بردار $\vec{b}$, $\vec{a}$ و هر مضربی غیر صفر آن ، بر هر دو بردار $\vec{b}$, $\vec{a}$ عمود است. در اینجا فقط کافی است ضرب خارجی را تعیین کنیم.

$\vec{a}\times\vec{b}=(3,-2,1)\times(-2,-1,1)=(-2,-1,1)$

ج: مساحت مثلثی که با دو بردار $\vec{b}$, $\vec{a}$ تشکیل می شود ، برابر نصف اندازه ی حاصل ضرب خارجی این دو بردار است. یعنی:

$|\vec{a}\times\vec{b}|=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+(1)^2}=\sqrt{6}$ و $S=\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|=\frac{1}{2}\sqrt{6}$

۲/۲۵

۲۶۸

الف:

$\vec{a}.\vec{b}=-2(0)+0(2)+(2)(2)=4$

$\vec{a}=(-2,0,2) \Rightarrow |\vec{a}|=\sqrt{4+0+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\vec{b}=(0,2,2) \Rightarrow |\vec{b}|=\sqrt{0+4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|\times|\vec{b}|}=\frac{4}{2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}=\frac{1}{2} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{3}$

۲

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

	ب: $\vec{a}+\vec{b}=(-۲,۰,۲)+(۰,۲,۲)=(-۲,۲,۴)$ $(\vec{a}+\vec{b}).\vec{b}=-۲(۰)+۲(۲)+۴(۲)=۱۲$ $(\vec{a}+\vec{b})'=\frac{(\vec{a}+\vec{b}).\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{۱۲}{۸}(۰,۲,۲)=(۰,۳,۳)$	
۲۶۹	الف: در ناحیه چهارم ب : $\vec{a}+۲\vec{b}=(۳,-۲,۱)+۲(-۲,۱,-۱)=(-۱,۰,-۱)$, $\lvert\vec{a}+۲\vec{b}\rvert=\sqrt{۱+۰+۱}=\sqrt{۲}$ ج : $\vec{a}\times\vec{b}=(۳,-۲,۱)\times(-۲,۱,-۱)=(۱,۱,-۱)$	۲
۲۷۰	فرض می کنیم $\vec{a}=(a_۱,a_۲,a_۳)$ پس داریم: $\vec{a}.\vec{a}=a_۱a_۱+a_۲a_۲+a_۳a_۳=a_۱^{۲}+a_۲^{۲}+a_۳^{۲}=\lvert\vec{a}\rvert^{۲}$	۱
۲۷۱	نادرست	۰/۲۵
۲۷۲	الف : $\vec{a}.\vec{b}=۱(-۲)+۲(۰)+(۳)(۲)=۴$ $\lvert\vec{b}\rvert=\sqrt{(-۲)^{۲}+(۰)^{۲}+(۲)^{۲}}=۲\sqrt{۲}$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{۴}{۸}(-۲,۰,۲)=(-۱,۰,۱)$ ب: $۲\vec{a}-\vec{b}=۲(۱,۲,۳)-(-۲,۰,۲)=(۴,۴,۴)$ $\lvert۲\vec{a}-\vec{b}\rvert=\sqrt{۴^{۲}+۴^{۲}+۴^{۲}}=۴\sqrt{۳}$	۱/۵
۲۷۳	$\vec{k}.(\vec{\imath}\times\vec{\jmath})=\vec{k}.\vec{k}=\lvert\vec{k}\rvert=۱$	۰/۲۵
۲۷۴	$\overrightarrow{AB}=(۲,-۲,-۱)$, $\overrightarrow{AC}=(۱,-۳,۱)$ $S=\frac{۱}{۲}\lvert\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\rvert=\frac{۱}{۲}\lvert(-۵,-۳,-۴)\rvert=\frac{۱}{۲}\sqrt{۲۵+۹+۱۶}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۵۰}$	۱/۵
۲۷۵	صفر	۰/۲۵

۲۷۶	$\vec{a}=r\vec{b} \quad , \quad \vec{a}.\vec{b}=r.\vec{b}.\vec{b}=r\lvert\vec{b}\rvert^{۲}$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{r\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=r\vec{b}=\vec{a}$	۱/۲۵
۲۷۷	درست	۰/۲۵
۲۷۸	$\vec{i}.(\vec{j}\times\vec{k})=\vec{i}.\vec{i}=\lvert\vec{i}\rvert^{۲}=۱$	۱
۲۷۹	$\lvert\vec{a}\rvert\geq ۰ \quad و \quad \lvert\vec{b}\rvert\geq ۰ \quad \Rightarrow \quad \lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert\geq ۰$ $-۱\leq cos\theta\leq ۱ \Rightarrow \lvert cos\theta\rvert\leq ۱ \xrightarrow{\times(\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert)} \lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert\times\lvert cos\theta\rvert\leq\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert \Rightarrow \lvert\vec{a}.\vec{b}\rvert\leq\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert$	۱
۲۸۰	$\vec{a}.\vec{b}=m(۱)+(-۱)(-۱)+(۲)(۰)=m+۱$ $\vec{a}=(m,-۱,۲) \Rightarrow \lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{m^{۲}+۱+۴}=\sqrt{m^{۲}+۵}$ $\vec{b}=(۱,-۱,۰) \Rightarrow \lvert\vec{b}\rvert=\sqrt{۱+۱+۰}=\sqrt{۲}$ $cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert}=\frac{m+۱}{\sqrt{m^{۲}+۵}\times\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow ۱=\frac{m+۱}{\sqrt{m^{۲}+۵}} \Rightarrow m+۱=\sqrt{m^{۲}+۵}$ $m^{۲}+۲m+۱=m^{۲}+۵ \Rightarrow ۲m=۴ \Rightarrow m=۲$	۱/۵
۲۸۱	$\vec{a}.\vec{b}=۵(۱)+(-۱)(-۱)+(۲)(۰)=۶$ $\lvert\vec{b}\rvert^{۲}=(۱)^{۲}+(-۱)^{۲}+(۰)^{۲}=۲$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{۶}{۲}(۱,-۱,۰)=(۳,-۳,۰)$	۱
۲۸۲	$\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert sin\theta \Rightarrow ۱۲=۸\times۳sin\theta \Rightarrow sin\theta=\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۱}{۲}$ $cos\theta=\pm\sqrt{۱-sin^{۲}\theta}=\pm\sqrt{۱-\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}}=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\vec{a}.\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert cos\theta=۸\times۳\times\left(\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)=\pm۱۲\sqrt{۳}$	۱/۲۵

۲۸۳	$\vec{a} \times \vec{b} = (۲, -۴, -۱)$ $(\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c} = ۲(۳) + (-۴)(۲) + (-۱)(۱) = -۳$ $\lvert(\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c}\rvert = \lvert-۳\rvert = ۳$ حجم متوازی السطوح	۱
۲۸۴	الف : $\vec{a} + \vec{b} = (۱, ۴, ۱)$, $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = (۱, ۴, ۱) \times (۲, ۱, -۲) = (-۹, ۴, -۷)$ ب : $\vec{b} \times \vec{c} = (-۲, -۲, -۳)$, $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}) = (۲, ۳, ۱) \times (-۲, -۲, -۳) = -۱۳$ $S = \lvert\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c})\rvert = \lvert-۱۳\rvert = ۱۳$	۲
۲۸۵	صفر $(\vec{a}.\vec{b} = ۰)$	۰/۲۵
۲۸۶	الف : $\vec{a}.\vec{b} = ۱(-۲) + (-۳)(۱) + (۲)(-۵) = -۱۵$ $\lvert\vec{b}\rvert^۲ = (-۲)^۲ + (۱)^۲ + (-۵)^۲ = ۳۰$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b} = \frac{-۱۵}{۳۰}(-۲, ۱, -۵) = \left(۱, -\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۲}\right)$ ب : $\vec{a} \times \vec{b} = (۱, -۳, ۲) \times (-۲, ۱, -۵) = (۱۳, ۱, -۵)$ یا $\vec{b} \times \vec{a} = (-۲, ۱, -۵) \times (۱, -۳, ۲) = (-۱۳, -۱, ۵)$	۱/۷۵
۲۸۷	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{O} \Leftrightarrow \lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{O}\rvert \Leftrightarrow \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times sin\theta = ۰$ $\xleftarrow{\lvert\vec{a}\rvert, \lvert\vec{b}\rvert \neq ۰}$ $sin\theta = ۰ \Leftrightarrow \theta = ۰$ یا $\theta = \pi \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$	۱
۲۸۸	$\vec{b} \times \vec{c} = (۸, -۷, -۵)$ $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}) = ۱(۸) + m(-۷) + (-۱۱)(-۵) = ۸ - ۷m + ۵۵ = ۰ \Rightarrow m = ۹$	۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۸۹	$cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert} = \frac{۱۲}{۴ \times ۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۳}$ $S = \frac{۱}{۲}\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \frac{۱}{۲}\lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times sin\theta = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۶\sqrt{۳}$	۱/۲۵
۲۹۰	$\vec{a}.\vec{b} = ۰ \Leftrightarrow \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times cos\theta = ۰ \xleftrightarrow{\lvert\vec{a}\rvert,\lvert\vec{b}\rvert \neq ۰} cos\theta = ۰ \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{۲}$	۱
۲۹۱	$\vec{u} = \vec{b} + \vec{c} = (۲, -۳, ۶) \Rightarrow \lvert\vec{u}\rvert = \sqrt{۴ + ۹ + ۳۶} = ۷$ $\vec{a}.\vec{u} = (-۱)(۲) + (-۳)(-۳) + (۰)(۶) = ۷$ $\vec{a'} = \frac{\vec{a}.\vec{u}}{\lvert u\rvert^۲}\vec{b} = \frac{۷}{۴۹}(۲, -۳, ۶) = \left(\frac{۲}{۷}, -\frac{۳}{۷}, \frac{۶}{۷}\right)$	۱
۲۹۲	$\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times sin\theta \Rightarrow ۷۲ = ۳ \times ۲۶ \times sin\theta \Rightarrow sin\theta = \frac{۱۲}{۱۳}$ $cos\theta = \pm\sqrt{۱ - sin^۲\theta} = \pm\sqrt{۱ - \left(\frac{۱۲}{۱۳}\right)^۲} = \pm\frac{۵}{۱۳}$ $\vec{a}.\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert cos\theta = ۳ \times ۲۶ \times \left(\pm\frac{۵}{۱۳}\right) = \pm ۳۰$	۱/۵
۲۹۳	$\vec{a} \times \vec{b} = (-۱, -۱, -۱) \quad , \quad S = \lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \sqrt{۱ + ۱ + ۱} = \sqrt{۳}$	۱

امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.

نظرات و پیشنهادات خود را می توانید در سایت www.math-pilevar.ir ثبت کنید.

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور – میکائیل صدقی

دی ماه ۱۴۰۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)